

Васильева Надежда Павловна, студент Удмуртского государственного  
университета

**МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РАСПОЗНАВАНИЮ ПЛОСКИХ И  
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР, ИХ ЭЛЕМЕНТОВ И  
КОНФИГУРАЦИЙ**

Курсовая работа

Ижевск, 2026

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
Глава 1. Теоретические основы методики обучения распознаванию фигур	
1.1. Виды элементов и конфигураций в геометрии .....	6
1.2. Влияние распознавания геометрических фигур на развитие мышления и формирования практических навыков обучающихся .....	11
Глава 2. Наиболее эффективные методики обучения распознаванию плоских и пространственных фигур	
2.1. Эффективные технологии обучения распознаванию геометрических фигур .....	16
2.2. Опытно-экспериментальная апробация некоторых методик по распознаванию пространственных геометрических фигур их элементов и конфигураций .....	18
Заключение .....	27
Литература .....	28
Приложение 1 .....	31
Приложение 2 .....	34
Приложение 3 .....	38

## **Введение.**

Обучение распознаванию фигур является важной составляющей образовательного процесса, особенно в контексте начального и среднего образования. Формирование геометрических понятий начинается с первого года обучения и продолжается в основной и средней школе. Для того чтобы освоить систему и затем успешно применять полученные знания и умения, необходимо сначала понять, каковы особенности математических понятий, как устроены их определения, из чего складывается их объем и отношения между элементами. Процесс образования (становления) понятий довольно сложный процесс, он включает в себя почти все приёмы умственной деятельности – анализ и синтез, сравнение и классификация. Проблемой формирования понятий в разные времена занимались учёные: П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, Д.Б. Эльконин, Л.С. Выготский и другие.

В современной школе учителям математики предлагается ряд обновлённых программ и учебно-методических пособий к ним. Но, несмотря на множество пособий, наглядных материалов и методик, у современных детей могут возникать трудности в распознавании плоских и пространственных фигур, элементов и конфигураций из-за особенностей восприятия формы, пространственных признаков и структур фигур. Эти трудности связаны с низким уровнем обследования формы у детей, затруднениями в обобщении фигур по форме и в выделении элементов. В условиях современного общества, где визуальная информация становится все более значимой, умение различать и классифицировать объекты по их геометрическим характеристикам становится не только полезным, но и необходимым навыком.

Плоские фигуры, такие как треугольники, квадраты, круги и их производные, составляют базу для более сложных понятий в геометрии. Они служат основой для понимания пространственных фигур, таких как кубы, сферы, пирамиды и другие трехмерные объекты. Обучение распознаванию этих фигур включено в примерную основную образовательную программу.

Существуют различные методики, направленные на развитие визуального восприятия и пространственного мышления, которые могут быть адаптированы под конкретные образовательные цели. Важно учитывать, что восприятие фигур зависит не только от визуальных характеристик, но и от культурного контекста, в котором растет и обучается ребенок. Например, некоторые фигуры могут быть более знакомыми для детей в зависимости от их повседневного опыта и окружения. Поэтому методики обучения должны быть разнообразными и учитывать индивидуальные особенности учащихся.

В практике обучение распознаванию плоских фигур требуют применения активных методов обучения, которые могут включать использование манипулятивных материалов, игр, визуальных и аудиовизуальных средств. Важным компонентом является создание игрового и исследовательского контекста, который способствует активному вовлечению учащихся в процесс обучения. Игры и задания, направленные на распознавание и классификацию фигур, могут быть как индивидуальными, так и групповыми, что способствует развитию социальных навыков и умения работать в команде. Использование технологий, таких как интерактивные доски и компьютерные программы, также может значительно обогатить процесс обучения и сделать его более увлекательным.

Обучение распознаванию пространственных элементов и конфигураций требует более глубокого понимания трехмерного мышления. Пространственные фигуры часто представляют собой более сложные конструкции, которые требуют от учащихся способности к абстрактному мышлению и визуализации. В этом контексте важно развивать у детей умение представлять объекты в различных ракурсах и понимание их взаимосвязей. Использование моделей, конструкторов и других наглядных материалов может помочь учащимся лучше понять структуру и свойства пространственных фигур. Кроме того, важно развивать навыки работы с чертежами и схемами, что является необходимым для дальнейшего изучения геометрии и других математических дисциплин.

Таким образом, методика обучения распознаванию плоских и пространственных фигур, элементов и конфигураций является многогранной и требует комплексного подхода. В рамках данной работы будет рассмотрено теоретическое обоснование методик, а также практические аспекты, направленные на эффективное обучение учащихся. Исследование будет включать анализ применения некоторых методик в образовательной практике.

**Объект исследования:** процесс обучения распознаванию геометрических фигур, который охватывает как плоские, так и пространственные элементы.

**Предмет исследования:** методические подходы и практические техники, направленные на развитие у обучающихся навыков идентификации и классификации фигур, а также их конфигураций.

Цель исследования: выявить эффективные методы для обучения школьников распознаванию различных геометрических фигур и их конфигураций, что является ключевым аспектом в формировании пространственного мышления.

### **Задачи исследования:**

1. Анализ исследований связанных с формированием навыков распознавания плоских и пространственных фигур, элементов и конфигураций;
2. Анализ методов и практических аспектов обучения распознаванию плоских и пространственных фигур, их элементов и конфигураций;
3. Определение наиболее эффективных методик обучению распознавания плоских и пространственных фигур, элементов и конфигураций.

Методы исследования: анализ имеющихся материалов по данной теме, обработка и обобщение наиболее эффективных методов и их применение в практике, количественный и качественный анализ учебной деятельности обучающихся.

Теоретическая база: в основу работы легли исследования Н.Ф. Талызиной о формировании у школьников научных понятий в процессе обучения, теория формирования умственных действий П.Я. Гальперина.

**Практическая значимость:** выявление наиболее эффективных методов обучения распознаванию плоских и пространственных фигур, элементов и конфигураций

**База исследования:** Муниципальное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа д. Старая Монья Малопургинского района Удмуртской Республики

**Структура работы:** введение, 2 главы заключение, список литературы, приложения.

## **Глава 1. Теоретические основы методики обучения распознаванию фигур**

## 1.1. Виды элементов и конфигураций в геометрии.

К концу начальной школы учащиеся еще не владеют геометрическими понятиями на достаточном уровне, поэтому изучение геометрических фигур и их отношений доводится в основном до уровня представлений. Распознавание плоских и пространственных фигур, элементов и конфигураций выполняется экспериментально. Учащиеся выделяют наиболее общие признаки геометрических фигур, выполняя большое число опытов с их моделями, находя аналогии в окружающих предметах. Выявление общих признаков геометрических фигур достигается систематическим применением наглядного, исследовательского и опытного методов. Например:

1-й класс, задачи на сравнение и классификацию:

• Дима вырезал из бумаги такие фигуры:



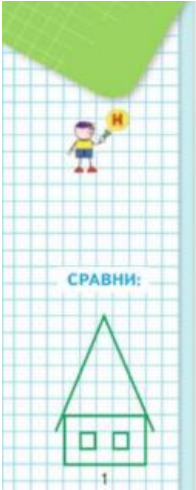
Может ли он выложить эти фигуры в ряд так, чтобы рядом не было фигур, одинаковых и по цвету, и по форме?  
Зарисуй в тетради один из возможных узоров.

Все эти задачи — для ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ. Они помогут тебе ПОЛЮБИТЬ и лучше УЗНАТЬ математику.




17

2 класс, знакомство с простейшими геометрическими фигурами, их свойствами и геометрическими понятиями:



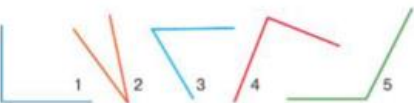
Начерти прямую. Поставь на ней точку. Возьми угольник с прямым углом и расположи его, как показано на рисунке. Возьми карандаш и дострой прямой угол.

Угол, который **меньше** прямого, называется **острым**.  
Угол, который **больше** прямого, называется **тупым**.



Прямой угол. Острый угол. Тупой угол.

1. С помощью модели прямого угла определи и запиши номера углов: прямых, тупых, острых.



3 класс, задачи на закрепление первичных геометрических понятий:

4. Начерти в тетради такие фигуры. Проведи в каждой фигуре один отрезок так, чтобы стало видно, что все три фигуры имеют одинаковые площади.




В каких фигурах проведённый отрезок будет осью симметрии фигуры?



4 класс, фундамент геометрических фигур – треугольник; задачи на формирование умения практического решения задач:


Виды треугольников

1) По видам углов треугольники различаются так:



есть прямой угол — **прямоугольный**      все углы острые — **остроугольный**      есть тупой угол — **тупоугольный**

2) Треугольники различаются по тому, равны ли длины сторон:



все стороны разной длины — **разносторонний**      длины всех трёх сторон равны — **равносторонний**  
длины хотя бы двух сторон равны — **равнобедренный**

Созданный запас геометрических представлений в начальной школе обеспечивает необходимую основу для проведения работы по формированию геометрических понятий в дальнейшем.

Геометрический материал в 5-6 классах, также ещё не выделен в изучение отдельного предмета, но распределён по всему курсу математики. Он составляет содержание так называемого пропедевтического курса геометрии. Основная роль этого курса - подготовить учащихся к сознательному усвоению систематического курса геометрии в старших классах и изучению смежных дисциплин. Сюда включены многие вопросы, изучаемые в систематическом курсе геометрии старших классов. Изучение геометрических фигур и их

отношений доведено до уровня представлений и несут в себе черты понятий, но это ещё не понятие. Например, школьники получают наглядное представление о треугольнике – умеют выделить вершины и стороны треугольника, отмечать их, учатся измерять длину сторон, знакомятся с несколькими способами построения треугольников. Всё это создаёт хорошие предпосылки для формирования понятия треугольник, его видов, периметра и площади. Например:

5 класс, задачи на вычисление величин, умение работать с инструментами (линейка, угольник, транспортир, циркуль):

**4.43** В треугольнике  $ABC$  известны стороны:  $AB = 6$  см,  $BC = 8$  см,  $CA = 10$  см. Чему равен периметр равному ему треугольника  $QST$ ?

**4.44** Найдите равные отрезки среди отрезков  $ST$ ,  $MP$ ,  $CD$ ,  $OK$ ,  $EF$ , если  $ST = 40$  мм,  $MP = 32$  см,  $CD = 4$  см,  $OK = 2$  дм,  $EF = 20$  см.

**4.45** Длина прямоугольника равна 5 см 2 мм, а его ширина — 2 см 6 мм. Вычислите его площадь.

**4.46** Ширина прямоугольника  $MNKS$  равна 42 см, а длина на 7 см больше. Найдите площадь прямоугольника.

**4.47** Длина прямоугольника  $CDOP$  равна 56 мм, а ширина в 4 раза меньше.  
 а) Найдите площадь прямоугольника  $CDOP$ .  
 б) Найдите площадь каждого из треугольников, на которые отрезок  $CO$  разбивает этот прямоугольник.

Рис. 4.6

6 класс, задачи развивают умение анализировать, систематизировать, обобщать и абстрагировать, представление об объёмных фигурах:

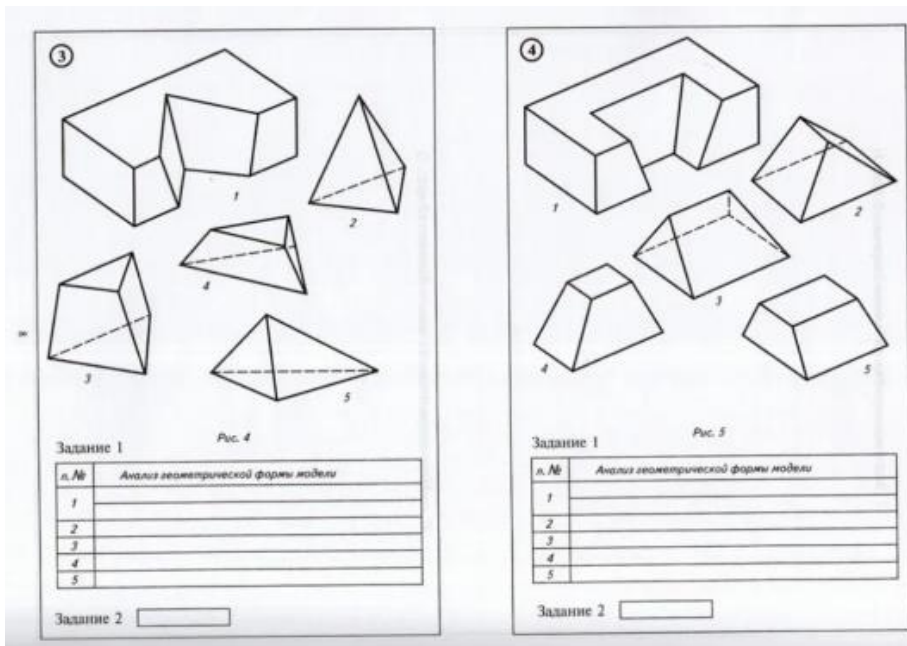
**В 3.52** Какие фигуры (рис. 3.2) являются развёртками (штрихами отмечены равные отрезки):  
 а) треугольной призмы; б) четырёхугольной призмы; в) треугольной пирамиды?

**3.53** На ёлочной гирлянде из 60 лампочек не горит 6 лампочек. Сколько процентов составляют горящие лампочки от всех лампочек?

Рис. 3.2

Целью изучения курса геометрии в 7-9 классах является систематическое изучение свойств геометрических фигур на плоскости, формирование пространственных представлений, развитие логического мышления и подготовка аппарата, необходимого для изучения смежных дисциплин (физика, химия и т.д.) и курса стереометрии в старших классах. Огромную роль в изучении геометрии и конкретно в распознавании различных типов плоских и пространственных фигур, элементов и конфигураций в основной школе, играет развитие у обучающихся пространственного мышления. В рамках дополнительного образования некоторые образовательные учреждения вводят курс «Черчение» или программы по работе с современными интерактивными платформами (например: GeoGebra и др.), обучающиеся учатся конструировать геометрические образы как на плоскости, так и в пространстве, это является огромным подспорьем к изучению курса геометрии. Определение различных типов геометрических фигур их свойств и конфигураций играет ключевую роль в решении геометрических задач и формированию универсальных учебных действий обучающихся, начинается подготовка к общему государственному экзамену, к сожалению, в некоторых случаях решение геометрических задач сводится к «натаскиванию» для успешной сдачи ОГЭ. Например:

Черчение 7-8 классы:



## Платформа GeoGebra:

### Свойства суммы углов треугольников, четырёхугольников и многоугольников

С помощью различных треугольников, четырёхугольников и других многоугольников сделайте выводы о сумме величин внутренних углов.

**ИССЛЕДОВАНИЕ** 6-8 КЛАССЫ

Сумма внутренних углов треугольника

**ИССЛЕДОВАНИЕ** 6-8 КЛАССЫ

Сумма внутренних углов многоугольника

**ПРАКТИКА** 6-8 КЛАССЫ

Как найти недостающий угол многоугольника

В 10-11 классах начинается раздел геометрии, который называется стереометрией. В предыдущих классах в основном изучались свойства плоских фигур, в 10 классе обучающиеся приступают к изучению пространственных фигур. В процессе изучения стереометрии совершенствуются навыки логического мышления, развиваются пространственные представления, умения мысленно моделировать новые геометрические фигуры и строить их графические изображения. Для успешного изучения стереометрии необходимо знание теоретического материала курса 7-9 классов и умение решения задач, которые помогут

закрепить теоретические знания, выработать навыки применения этих знаний на практике. К тому же, одна третья часть заданий единого государственного экзамена состоит из геометрических задач.

Таким образом, определение различных типов геометрических фигур, распознавание плоских и пространственных фигур их элементов и конфигураций, распределено в изучении математики в рамках каждой ступени образования по принципу «от простого к сложному». При этом важно понимать логические связи между понятиями.

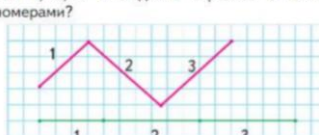
## 1.2. Влияние распознавания геометрических фигур на развитие мышления и формирования практических навыков обучающихся.

Развитие пространственного и логического мышления обучающихся – одна из основных проблем для современного педагога. Математика – один из лучших инструментов развития мышления школьников, немаловажную роль играет преемственность обучения, начиная с дошкольной ступени и принцип «от простого к сложному» при подаче материала.

Решение геометрических задач побуждает обучающихся к размышлению, применению анализа, синтеза, обобщения и т.д., это способствует формированию УУД обучающихся. Приведём несколько примеров, геометрических задач из программы «Школа России», по которой работает МОУ СОШ д. Старая Менья:

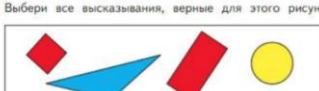
Задачи на анализ и синтез:

1. 1) Что можно сказать о длине звеньев ломаной 1, 2, 3 и о длине отрезков с такими же номерами?




2) Узнай длину ломаной. Сколькими способами это можно сделать?

2. Выбери все высказывания, верные для этого рисунка.



1) Если фигура не синего цвета, то это прямоугольник.  
2) Если фигура не красного цвета, то это не прямоугольник.  
3) Если фигура не жёлтого цвета, то она не круг.  
4) Если фигура красного цвета, то у неё 4 оси симметрии.

Закончи высказывание, верное для данного рисунка:  
Если фигура не жёлтого цвета, то это не ...



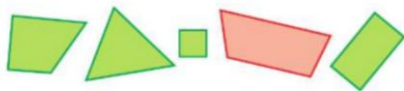
Задачи на сравнение, классификацию и обобщение:

8. 1) Как можно назвать эти фигуры одним словом?



2) Почему каждую фигуру можно назвать лишней?

6. Как можно одним словом назвать все фигуры на чертеже?



Какую фигуру можно назвать лишней?

### Развитие мышления и формирования практических навыков обучающихся на уроках геометрии

для учителей математики Малопургинского района УР

1. Стаж работы

Краткий ответ

2. Какие виды мышления, на Ваш взгляд, развиваются на уроках геометрии?

творческое мышление

логическое мышление

критическое мышление

образное мышление

пространственное мышление

Другое:

3. Как на Ваш взгляд формируются практические навыки обучающихся на уроках геометрии?

лабораторные и практические работы

решение практико-ориентированных задач

разбор нескольких способов решения одной задачи

решение задач на готовых чертежах

Другое:

4. Какие ресурсы Вы используете на уроках геометрии для развития мышления и практических навыков?

цифровые образовательные платформы

учебники и рабочие тетради

собственные методические разработки

интерактивные платформы

Другое:

Мной был разработан и проведён опрос «Развитие мышления и формирования практических навыков обучающихся на уроках геометрии» для учителей математики Малопургинского района. В опросе приняло 32 педагога.

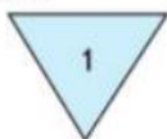
Проанализировав результаты анкетирования учителей, получилось выделить развитие следующих познавательных универсальных учебных действий на уроках геометрии: умение анализировать и обобщать, строить логические цепочки, устанавливать причинно-следственные связи.

Распознавание геометрических фигур непосредственно связано с развитием пространственного мышления и развитием способности анализировать и определять взаимосвязи между элементами геометрических фигур. Некоторые виды

наиболее наглядных задач на распознавание геометрических фигур, их элементов и конфигураций на различных ступенях образования:

1. *Задачи на сравнение классификацию и обобщение геометрических фигур.* В начальной школе задачи типа:

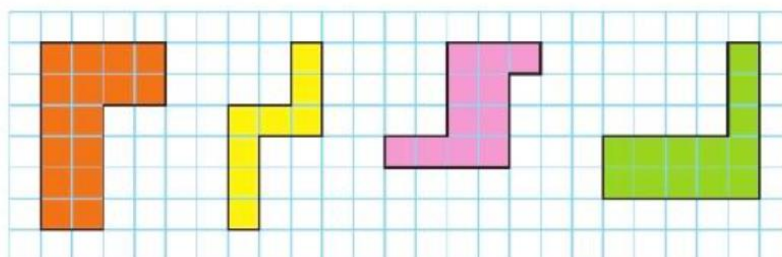
8. 1) Как можно назвать эти фигуры одним словом?



2) Почему каждую фигуру можно назвать лишней?

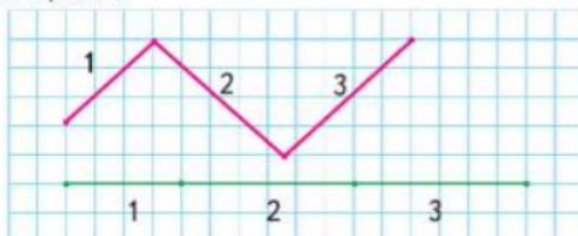
2. Задачи на видоизменение заданной геометрической фигуры. В начальной школе задачи типа:

81. Начерти и вырежи такие фигуры. Составь из них прямоугольник и определи его площадь.



3. Задачи на измерение. В начальной школе задачи типа:

1. 1) Что можно сказать о длине звеньев ломаной 1, 2, 3 и о длине отрезков с такими же номерами?



2) Узнай длину ломаной. Сколькими способами это можно сделать?

4. Задачи на построение. В 7 классе задачи типа:

#### Практические задания

- 45 Начертите три неразвёрнутых угла и один развёрнутый угол и обозначьте их так:  $\angle AOB$ ,  $\angle CDE$ ,  $\angle hk$  и  $\angle MNP$ . С помощью транспортира измерьте углы и запишите результаты измерений.
- 46 Начертите луч  $OA$  и с помощью транспортира отложите от луча  $OA$  углы  $AOB$ ,  $AOC$  и  $AOD$  так, чтобы  $\angle AOB = 23^\circ$ ,  $\angle AOC = 67^\circ$ ,  $\angle AOD = 138^\circ$ .
- 47 Начертите угол, равный  $70^\circ$ , и с помощью транспортира проведите его биссектрису.

5. Практико-ориентированные задачи. В 5-6 классах задачи типа:

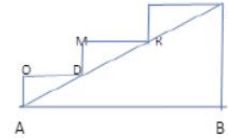
- 4.69 Длина участка, имеющего форму прямоугольника, равна 48 м, а его ширина в 3 раза меньше. Чему равна площадь этого участка?
- 4.70 Под огород отведён участок прямоугольной формы площадью  $216 \text{ м}^2$ . Чему равна ширина огорода, если его длина 18 м?

В 7-9 классах задачи типа:

9. «Лестница»

Лестница – это особое сооружение, состоящее из нескольких элементов.

От правильности крепления каждой детали будет зависеть прочность ступеней и всей лестницы. Нарушение взаимодействия между элементами приводит к снижению уровня безопасности. Чтобы вписать лестницу в заданное пространство, необходимо знать ее высоту и, исходя из условия оптимальности и безопасности, подобрать параметры ступеней.



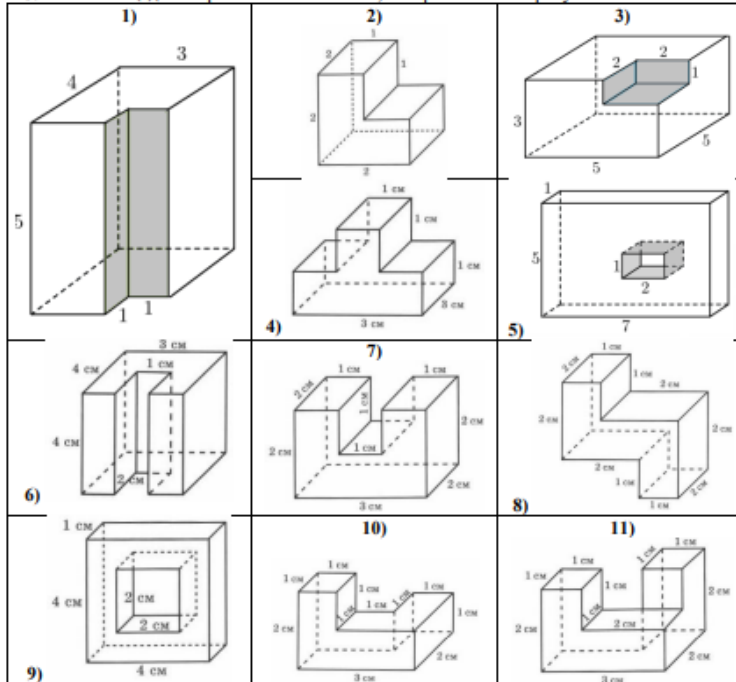
1) Десять ступеней лестницы покрасили в тёмный цвет. Найдите площадь окрашенной поверхности, если глубина каждой ступеньки равна 30 см, высота — 15 см, а ширина — 95 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

2) Какое количество краски необходимо для того, чтобы покрасить эту лестницу в два слоя, если расход краски  $0,07 \text{ кг/м}^2$ .

3) В помещении с высотой потолка 280 см надо установить лестницу на второй этаж. Установлено, что длина лестницы не должна превышать 3,5 м. Выбрана высота ступени: 20 см. Предлагается выбрать ширину ступени, равной 24 см. Будет ли в этом случае выполнено условие на ограничение длины лестницы? Запишите свой ответ на вопрос и объясните его.

В 10-11 классах задачи типа:

43. Найдите площадь поверхности и объем тела, изображенного на рисунке.



Наиболее эффективными приёмами на распознавание геометрических фигур является работа с наборами объёмных и плоских геометрических фигур, сопоставление геометрических фигур с окружающими предметами.

В начальных классах необходимо развивать пространственное и образное мышление обучающихся, умение анализировать и обобщать, систематизировать и классифицировать, работа над этим продолжается в основной школе, ну а в 10-11 классах мы «пожинаем плоды» и укрепляем полученные навыки обучающихся. Из выше изложенного материала, можно сделать вывод, что распознавание геометрических фигур напрямую

связано с развитием мышления и формированием практических навыков обучающихся, посредством решения геометрических задач и использования различных приёмов обучения.

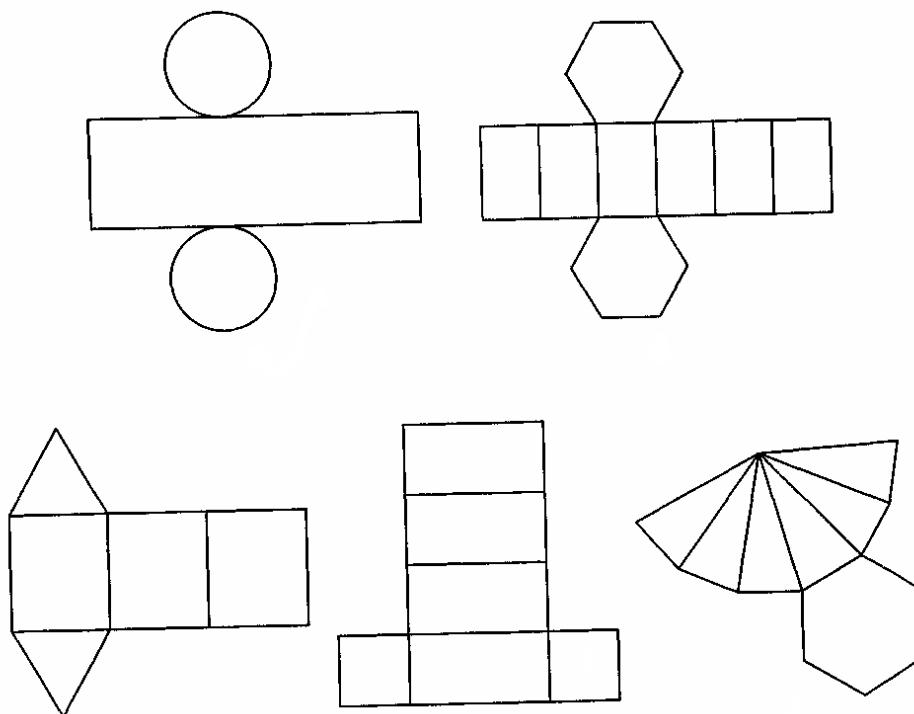
**Глава 2. Наиболее эффективные методики обучения распознаванию плоских и пространственных фигур.**

## 2.1. Эффективные технологии обучения распознаванию геометрических фигур.

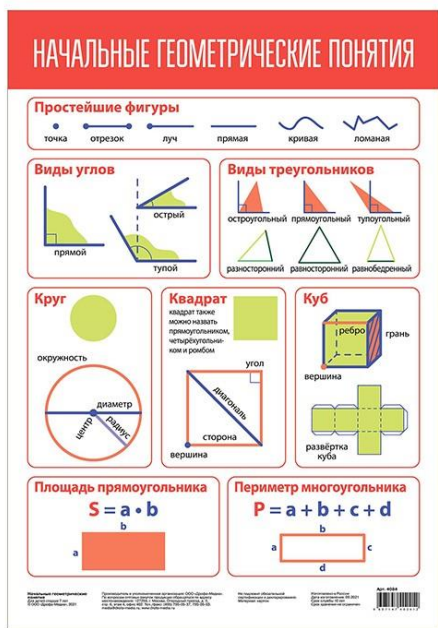
Технологии обучения распознаванию геометрических фигур – это методы, которые развивают мышление и формируют практические навыки обучающихся, при обучении распознаванию геометрических фигур.

Существует множество методов и методических разработок по обучению распознавания геометрических фигур:

- практические и лабораторные методы (конструирование и моделирование геометрических фигур из различных материалов, использование чертёжных материалов, работа в компьютерных программах), например:



- применение наглядных пособий и материалов (пособия с наглядным изображением геометрических фигур и их элементами, карточки-тренажёры с заданиями), например:



- аналитические методы (векторные и координатные методы – используются для распознавания геометрических фигур на плоскости и в пространстве), например:

## ЗАДАЧА 14 ЕГЭ

## КОординатно-векторный метод

**МАТЕМАТИКА ПРОФИЛЬ**

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  грань  $ABCD$  – квадрат. Точка  $M$  лежит на ребре  $BC$ , причём  $CM : MB = 1 : 2$ . Известно, что диагональ  $DB_1$  параллелепипеда перпендикулярна отрезку  $C_1 M$ .

а) Докажите, что угол между прямой  $CB_1$  и плоскостью  $A_1 B_1 C_1$  равен  $30^\circ$ .  
 б) Найдите объём параллелепипеда, если расстояние между прямыми  $DB_1$  и  $C_1 M$  равно  $\sqrt{\frac{3}{7}}$ .

$V_{AB_1 D_1} = 3a \cdot 3a \cdot \sqrt{3}a = 9\sqrt{3}a^3$   
 $\rho(2B_1; C_1 M) = \sqrt{\frac{3}{7}}$   
 $\vec{d} \{3a; 3a; b\}$   
 $\vec{c} \{0; a; -b\}$   
 $\vec{n} \{-4; 3; \sqrt{3}\}$   
 $|\vec{n}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$\rho = \frac{9a}{2\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$   
 $a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{2\sqrt{7}}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$   
 $V_{AB_1 D_1} = 9\sqrt{3}a^3 = 9\sqrt{3} \left(\frac{2\sqrt{3}}{9}\right)^3 = 8\sqrt{3} \cdot 8 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{8}{9}$

**Order 5**

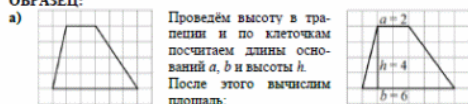
$\vec{e} = \vec{BC}_1 = \{3a; 0; b\}$   
 $\rho = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{e}|}{|\vec{n}|} = \frac{|-12a + 0 + \sqrt{3}b|}{\sqrt{(-4)^2 + 3^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{|-12a + \sqrt{3}(\sqrt{3}a)|}{\sqrt{16+9+3}} = \frac{|-12a+3a|}{\sqrt{28}} = \frac{9a}{\sqrt{28}}$

- решение задач и упражнений (использование различных типов задач на распознавание геометрических фигур, их элементов и конфигураций), например:

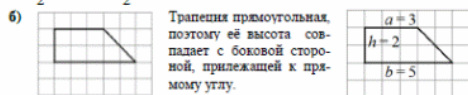
### ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ

**ЗАДАНИЕ 1.** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображена трапеция. Найдите её площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

**ОБРАЗЦЫ:**

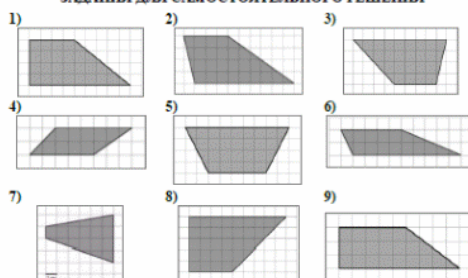


$$S = \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (2+6) \cdot 4 = 16.$$

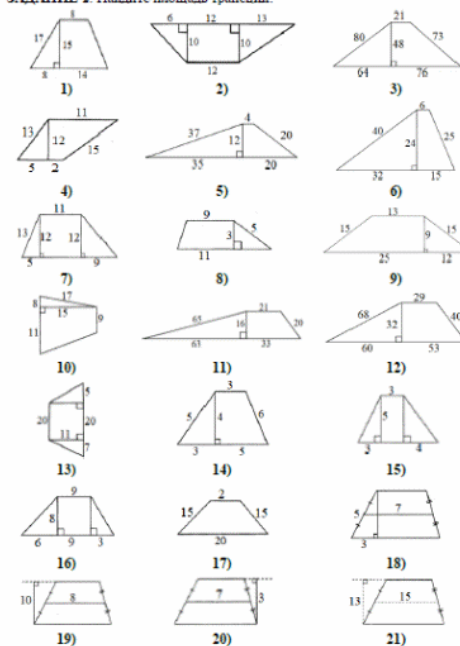


$$S = \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (3+5) \cdot 2 = 8.$$

### ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ



### ЗАДАНИЕ 2. Найдите площадь трапеции:



Их можно классифицировать:

- по возрастным категориям обучающихся;
- использованию тех или иных инструментов для обучения;
- возможностью использовать в образовательном учреждении в виду наличия технических средств.

Одним из эффективных средств формирования действия по распознаванию геометрических образов является использование специальных геометрических задач или их систем. Именно этот метод я выбрала для проведения эксперимента в рамках квалификационной работы.

## 2.2. Опытно-экспериментальная апробация некоторых методик по распознаванию геометрических фигур их элементов и конфигураций.

Для квалификационной работы я взяла две методики и применила в практике, объединив их для апробации в 7-х классах МОУ СОШ д Старая Монья Малопургинского района Удмуртской Республики:

- решение задач на умение распознавать геометрические фигуры;
- моделирование геометрических фигур.

Конкретизируем тему – «Треугольники». Содержание и порядок изложения материала по теме «Треугольник» учебного курса «Геометрия» в 7-м классе:

- Треугольник. Высота, медиана, биссектриса, их свойства.

- Равнобедренный и равносторонний треугольники. Неравенство треугольника.
- Свойства и признаки равнобедренного треугольника. Признаки равенства треугольников.
- Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника.
- Прямоугольный треугольник. Свойство медианы прямоугольного треугольника, проведённой к гипотенузе. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Прямоугольный треугольник с углом в  $30^\circ$ .
- Неравенства в геометрии: неравенство треугольника, неравенство о длине ломаной, теорема о большем угле и большей стороне треугольника. Перпендикуляр и наклонная.

Формирование метапредметных результатов:

- Познавательные универсальные учебные действия.

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки треугольников, понятий связанных с ними, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации треугольников;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные рассуждения;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

#### Работа с информацией:

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

#### - Коммуникативные универсальные учебные действия:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;
- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;
- принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и другие), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

- Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Формирование предметных результатов.

К концу обучения в 7 классе обучающийся получит следующие предметные результаты:

Распознавать изученные геометрические фигуры, определять их взаимное расположение, изображать геометрические фигуры, выполнять чертежи по условию задачи. Измерять линейные и угловые величины. Решать задачи на вычисление длин отрезков и величин углов.

Делать грубую оценку линейных и угловых величин предметов в реальной жизни, размеров природных объектов. Различать размеры этих объектов по порядку величины.

Строить чертежи к геометрическим задачам.

Пользоваться признаками равенства треугольников, использовать признаки и свойства равнобедренных треугольников при решении задач.

Проводить логические рассуждения с использованием геометрических теорем.

Пользоваться признаками равенства прямоугольных треугольников, свойством медианы, проведённой к гипотенузе прямоугольного треугольника, в решении геометрических задач.

Определять параллельность прямых с помощью углов, которые образует с ними секущая. Определять параллельность прямых с помощью равенства расстояний от точек одной прямой до точек другой прямой.

Решать задачи на клетчатой бумаге.

Проводить вычисления и находить числовые и буквенные значения углов в геометрических задачах с использованием суммы углов треугольников и многоугольников, свойств углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей.

Пользоваться простейшими геометрическими неравенствами, понимать их практический смысл.

Проводить основные геометрические построения с помощью циркуля и линейки.

Для обучения распознаванию треугольника, его элементов и конфигураций для учеников 7-го класса была составлена пара систем заданий:

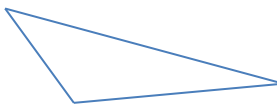

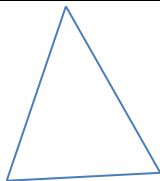
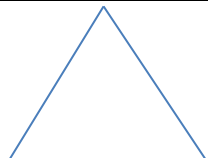

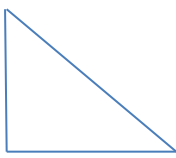
- первая – тестовая входная работа на выявление общих знаний о треугольнике и его элементах (Приложение 1).

- вторая, направлена на формирование понятия «Треугольник», на определение его различных свойств, элементов и конфигураций (Приложение 2);

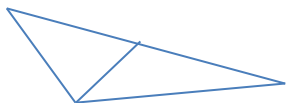

- третья, направлена на выявление уровня сформированности вышеуказанных понятий и составлена в форме тестирования (Приложение 3);

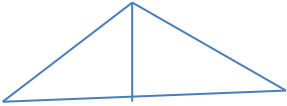
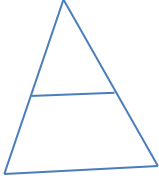
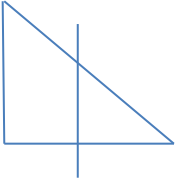
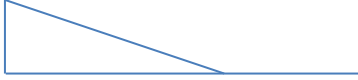
Вторая система задач, направленная на обучение содержит в себе несколько типов заданий:

- задачи на классификацию треугольников по углам и сторонам:

по углам по сторонам	Классификация треугольников		
	Разносторонние	Равнобедренные	Равносторонние
Тупоугольные			-
Остроугольные			
Прямоугольные			-

- задачи с элементами треугольника;

Наименование элемента	Вид	Комментарий
Медиана		Медиану можно провести из каждой вершины треугольника, точка пересечения медиан – центроид.
Биссектриса		Биссектрису можно провести из каждой вершины треугольника, точка пересечения биссектрис является

		центром вписанной окружности.
Высота		Высоту можно провести из каждой вершины треугольника, точка пересечения высот – ортоцентр.
Средняя линия		Среднюю линию можно провести к каждой из сторон треугольника, она параллельна третьей стороне и равна её половине.
Серединный перпендикуляр		Серединный перпендикуляр можно провести к каждой стороне треугольника, точка пересечения является центром описанной окружности.
Внешний угол		Внешний угол треугольника смежный с внутренним и равен сумме двух других, не смежных с ним.

- задачи на признаки и свойства элементов треугольника;

Тип	Классификация
Признаки равенства треугольников	- первый признак равенства треугольников; - второй признак равенства треугольников; - третий признак равенства треугольников.
Свойства углов различных треугольников	- сумма углов треугольника; - углы при основании равнобедренного треугольника; - углы равностороннего треугольника; - сумма острых углов прямоугольного треугольника;

- катет против 30 градусов.
-----------------------------

В свою очередь, эти типы задач включают в себя задачи на построение, задачи на вычисление и задачи на доказательство.

Решение задач из экспериментальной системы предполагает, что обучающиеся будут уметь распознавать виды треугольников, делать выводы об элементах исходя из данных задач, которые в дальнейшем будут использовать при их решении.

Для систематизации процесса задач, я подготовила Алгоритм решения геометрических задач, который находится перед глазами обучающихся и помогает структурировать мысли, не опуская важных деталей последовательно двигаться от условия к верному результату.

Алгоритм решения геометрических задач:

- 1. Изучить условия задачи.*
- 2. Выполнить чертеж.*
- 3. Перенести условие задачи на чертёж.*
- 4. Анализ задачи, поиск путей решения.*
- 5. Определить возможные теоремы, свойства, признаки, определения или формулы, которые понадобятся в ходе решения*
- 6. Составить план решения.*
- 7. Решить задачу, записать ответ. Проверить.*

Продолжительность реализации эксперимента: 1 и 2 четверти (было выделено 12 уроков)

Возраст обучающихся: 12-13 лет (7а МОУ СОШ д. Старая Менья, 7б класс обучался по традиционной системе)

Гипотеза эксперимента: решение задач и моделирование – одни из самых эффективных методов обучения распознаванию геометрических фигур, их элементов и конфигураций.

1 этап: вводная диагностика УУД (Приложение1)

Первичный уровень УУД обучающихся 7-х классов

Класс	Кол-во обучающихся	Качество	Успеваемость	Уровень знаний
-------	--------------------	----------	--------------	----------------

7а	18	72,2 %	83,3 %	Средний
7б	20	75 %	90 %	Средний

2 этап: решение задач на распознавание различных видов треугольников, их элементов и конфигураций (Приложение 2). На данном этапе применялись различные формы работы:

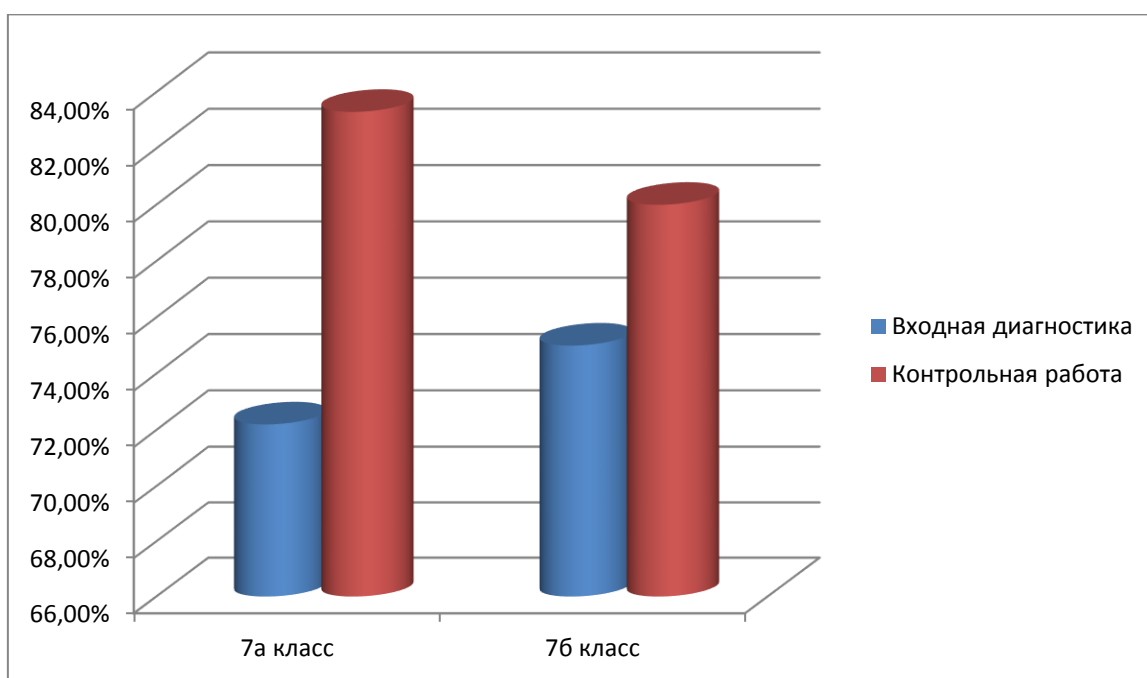
- устное решение задач;
- решение задач у доски с подробным объяснением;
- работа в группах;
- самопроверка при решении задач.

3 этап: контрольная работа в тестовой форме (Приложение 3)

Результаты контроля

Класс	Кол-во обучающихся	Качество	Успеваемость	Уровень знаний
7а	18	83,3 %	100 %	Выше среднего
7б	20	80 %	90 %	Средний

Динамика качества знаний обучающихся представлена в диаграмме:



Анализируя динамику качества знаний можно сделать вывод, что решение задач и моделирование – одни из самых эффективных методов работы при обучении распознаванию геометрических фигур их элементов и конфигураций. Непосредственно на практике формируются предметные результаты и универсальные учебные действия.

### **Заключение.**

Целью квалификационной работы являлось выявление наиболее эффективных методов для обучения школьников распознаванию различных геометрических фигур и их конфигураций.

Таким образом, в ходе эксперимента удалось доказать, что решение задач и моделирование одна из самых эффективных систем обучения распознаванию плоских и пространственных фигур, их элементов и конфигураций. Решение задач можно использовать как при формировании понятий, так и при определении качества усвоения материала.

Обучение должно строиться поэтапно с постепенным усложнением материала по принципу «От простого к сложному». Огромную роль имеет использование наглядности и практической деятельности – использование в работе готовых моделей/изображений плоских и пространственных геометрических фигур и самостоятельное моделирование из бумаги, конструктора или используя компьютерные программы.

При системном использовании практической и теоритической базы, наглядности и современных технологий, реализация поставленных задач и цели упрощается.

Важную роль играет оснащение общеобразовательного учреждения (компьютеры, интерактивные доски, проектор) и доступность к высокоскоростному интернету.

## Литература.

1. Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.
2. Смирнов В.А. Геометрия. Стереометрия. Пособие для подготовки к ЕГЭ. – М.: МЦНМО, 2013
3. Смирнов В.А., Ященко И.В. Фигуры в пространстве. – М.: МЦНМО, 2014
4. ЗАДАЧИ НА РАСПОЗНАВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР В.А. Смирнов, И.М. Смирнова
5. [https://www.iro.yar.ru/fileadmin/iro/kgd/2025/2025-04-21\\_Geomtrich\\_propedevtika\\_Shevchuk\\_AV.pdf](https://www.iro.yar.ru/fileadmin/iro/kgd/2025/2025-04-21_Geomtrich_propedevtika_Shevchuk_AV.pdf)
6. <https://multiurok.ru/files/geometriceskii-material-zadachi-na-postroenie-zad.html>
7. Сборник задач и заданий деятельностной направленности, авторы-составители: Е. Р. Бобкова, С.А.Дубовикова, О. А.Кострицкая, Т. А. Осетрина, А.С.Сидорова, Н. В. Щербулова
8. Планиметрия./Под ред. А.Л.Семенова и И.В.Ященко. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2011. – 176с.
9. Гусев В.А. и др. Практикум по элементарной математике: Геометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. Спец. Пед. ин-тов и учителей/В.А. Гусев, В.Н. Литвиненко, А.Г. Мордкович. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1992. – 352с
10. Далингер В.А.. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1991. – 80с.
11. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика: учеб. пособие./Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, Н.И. Мерлина и др.; Под ред. Ю.М. Колягина. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. Ун-та, 2009. – 732с.
12. Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие / Л.В.Виноградова.– Ростов н/Д.: Феникс, 2005.–252 с

13. Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия. 7–9 классы.– 3 изд., испр.–М: МЦНМО, 2006.–416 с.
14. Гусев В.А. и др. Практикум по элементарной математике: Геометрия: Учебное пособие для студентов физ–мат. спец. пед.ин–тов и учителей / В. А. Гусев, Н. В. Литвиненко, А. Г. Мордкович. — М.: Просвещение, 1992. — 352 с.
15. Гусев В.А. Каким должен быть курс школьной геометрии //Математика в школе. — 2002. — № 3. —4-8 с.
16. Киселев А. П. Геометрия / Под ред. Н.А. Глаголева. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 328с.
17. Пойа Д. Как решать задачу. — М.: Госучпедиз, 1959. — 207 с.
18. Погорелов А.В. Геометрия: Учеб. для 7-11 кл. сред.шк. — М.: Просвещение, 1993. — 383 с.
19. Стефанова Н.Л. и др. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под науч. ред. Н.Л.Стефановой, Н.С.Подходовой.— М: Дрофа, 2005.—416 с.
- 20.Фалилеева М.В. Точные чертежи в обучении планиметрии // Современные проблемы науки и образования. — 2013.— №2;
21. Захарова В.Т. Обучение обобщению и конкретизации при изучении геометрических понятий. Система задач и четыре требования к ней: <http://festival.1september.ru/articles/211197>
22. Михеева М.А. <http://imap.bestreferat.ru/referat-376541.html>
23. Саранцев Г.И “Методология методики обучения математики” <http://www.twirpx.com/file/583820>
24. Сорокина Л.В. Признаки равенства треугольников. <http://festival.1september.ru/articles/643594>  
<https://www.turboreferat.ru/pedagogy/razvitie-prostranstvennyh-predstavlenij-uchashhihsya-v/46490-244068-page3.html>
25. <https://www.geogebra.org/>
26. <https://cyberleninka.ru/article/n/obuchenie-uchaschihsya-7-9-klassov-resheniyu-geometricheskih-zadach-na-postroenie/viewer>

27. <https://uroki-sovy.ru/images/dokumenty/200/026.pdf>

28. <https://multiurok.ru/files/metodika-formirovaniia-geometriceskikh-poniatiu.html>

29. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ  
СТАРШЕКЛАССНИКОВ РАСПОЗНАВАНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ  
ОБРАЗОВ С. Н. Дорофеев, Н. В. Наземнова

## Приложение 1

На выполнение работы выделяется 40 минут

### Блок 1. Виды треугольников

**Задача 1.** Определите вид треугольника по сторонам:

- $AB = 5$  см,  $BC = 5$  см,  $AC = 8$  см;
- $DE = 7$  см,  $EF = 7$  см,  $DF = 7$  см;
- $MN = 3$  см,  $NK = 4$  см,  $MK = 6$  см.

**Ответ:**

- равнобедренный;
- равносторонний;
- разносторонний.

**Задача 2.** Определите вид треугольника по углам:

- $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ ;
- $\angle D = 30^\circ$ ,  $\angle E = 60^\circ$ ,  $\angle F = 90^\circ$ ;
- $\angle M = 20^\circ$ ,  $\angle N = 30^\circ$ ,  $\angle K = 130^\circ$ .

**Ответ:**

- остроугольный;
- прямоугольный;
- тупоугольный.

### Блок 2. Элементы треугольника

**Задача 3.** В треугольнике ABC проведена медиана BM. Известно, что  $AC = 10$  см. Найдите длину отрезка AM.

**Решение:** так как BM — медиана, она делит сторону AC пополам  $\Rightarrow AM = MC = AC : 2 = 10 : 2 = 5$  (см).

**Ответ:** 5 см.

**Задача 4.** В треугольнике DEF проведена биссектриса DG угла D. Известно, что  $\angle EDG = 25^\circ$ . Найдите величину угла EDF.

**Решение:** биссектриса делит угол пополам  $\Rightarrow \angle EDF = 2 \times \angle EDG = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$ .

**Ответ:**  $50^\circ$ .

**Задача 5.** В треугольнике KLM проведена высота LN. Известно, что  $\angle LNM = 90^\circ$ . Чему равен угол LNK?

**Решение:** высота образует прямой угол с противоположной стороной  $\Rightarrow \angle LNK = 90^\circ$ .

**Ответ:**  $90^\circ$ .

### Блок 3. Периметр треугольника

**Задача 6.** Периметр равнобедренного треугольника равен 24 см, а основание — 10 см. Найдите длину боковой стороны.

**Решение:** пусть  $x$  — длина боковой стороны. Тогда  $P = x + x + 10 = 24 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7$  (см).

**Ответ:** 7 см.

**Задача 7.** Стороны треугольника относятся как 3 : 4 : 5, а его периметр равен 36 см. Найдите длины сторон.

**Решение:** пусть стороны равны  $3x$ ,  $4x$  и  $5x$ . Тогда  $3x + 4x + 5x = 36 \Rightarrow 12x = 36 \Rightarrow x = 3$ . Стороны: 9 см, 12 см, 15 см.

**Ответ:** 9 см, 12 см, 15 см.

### Блок 4. Признаки равенства треугольников

**Задача 8.** Даны треугольники ABC и DEF. Известно, что  $AB = DE$ ,  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle B = \angle E$ . По какому признаку равны эти треугольники?

**Ответ:** по второму признаку (по стороне и двум прилежащим углам).

**Задача 9.** Даны треугольники MNK и PQR. Известно, что  $MN = PQ$ ,  $NK = QR$ ,  $MK = PR$ . По какому признаку равны эти треугольники?

**Ответ:** по третьему признаку (по трём сторонам).

**Задача 10.** В треугольниках ABC и  $A_1B_1C_1$  стороны  $AB = A_1B_1$ ,  $BC = B_1C_1$ , а  $\angle B = \angle B_1$ . Докажите, что треугольники равны.

**Решение:** треугольники равны по первому признаку равенства треугольников (по двум сторонам и углу между ними).

### Блок 5. Конфигурации и комбинированные задачи

**Задача 11.** В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена медиана BD. Докажите, что треугольники ABD и CBD равны.

**Решение:**

1.  $AB = BC$  (так как треугольник равнобедренный).
2.  $AD = DC$  (так как BD — медиана).
3. BD — общая сторона.
4. Треугольники ABD и CBD равны по третьему признаку равенства треугольников.

**Задача 12.** На сторонах угла O отложены равные отрезки OA и OB. Через точки A и B проведены прямые, перпендикулярные сторонам угла и пересекающиеся в точке C. Докажите, что луч OC — биссектриса угла O.

**Решение:**

1. Треугольники OAC и OBC прямоугольные ( $\angle OAC = \angle OBC = 90^\circ$ ).
2.  $OA = OB$  (по условию).
3. OC — общая гипотенуза.
4. Треугольники OAC и OBC равны по гипотенузе и катету.
5. Из равенства треугольников следует, что  $\angle AOC = \angle BOC \Rightarrow$  OC — биссектриса.

**Задача 13.** Могут ли стороны треугольника иметь длины:

- 5 см, 7 см, 10 см;
  - 3 см, 4 см, 8 см?
- Обоснуйте ответ.

**Решение:** проверим выполнение неравенства треугольника (сумма любых двух сторон должна быть больше третьей):

- $5 + 7 > 10$  (верно),  $5 + 10 > 7$  (верно),  $7 + 10 > 5$  (верно) — может;
- $3 + 4 > 8$  (неверно) — не может.

**Ответ:** первый вариант может, второй — нет.



Задачи выполняются в течение уроков на различных его этапах.

**Задачи на формирование понятия «Треугольник» и изучение его свойств  
(7 класс)**

**Блок 1. Основы: определение, элементы, периметр**

1. Начертите треугольник  $ABC$ . Обозначьте его вершины, стороны и углы.  
Запишите:
  - стороны, прилежащие к углу  $A$ ;
  - угол, противолежащий стороне  $BC$ ;
  - стороны, прилежащие к углу  $C$ .
2. Периметр треугольника равен 24 см. Одна сторона — 8 см, вторая — 9 см. Найдите длину третьей стороны.
3. Могут ли стороны треугольника иметь длины:
  - 3 см, 4 см, 5 см?
  - 1 см, 2 см, 3 см?Обоснуйте ответ, используя неравенство треугольника.
4. Постройте треугольник  $KLM$  с вершинами  $K(1;1)$ ,  $L(4;1)$ ,  $M(2;4)$  в координатной плоскости. Найдите его периметр, если единичный отрезок равен 1 см.

---

**Блок 2. Классификация треугольников**

5. Определите вид треугольника (по сторонам и углам), если его стороны равны:
  - 5 см, 5 см, 7 см;
  - 6 см, 8 см, 10 см;
  - 7 см, 7 см, 7 см.
6. Начертите:
  - остроугольный разносторонний треугольник;
  - прямоугольный равнобедренный треугольник;
  - тупоугольный равнобедренный треугольник.

7. В треугольнике  $ABC$  угол  $A=50^\circ$ , угол  $B=60^\circ$ . Определите вид треугольника по углам и найдите угол  $C$ .
8. Периметр равнобедренного треугольника — 20 см, боковая сторона — 7 см. Найдите основание. Может ли основание быть 13 см? Почему?

---

### Блок 3. Равные треугольники

9. Треугольник  $DEF$  равен треугольнику  $MNP$ . Известно, что  $DE=5$  см,  $EF=6$  см,  $DF=7$  см. Найдите стороны треугольника  $MNP$ .
10. Даны два треугольника:  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ .  $AB=A_1B_1$ ,  $BC=B_1C_1$ , угол  $B$  = углу  $B_1$ . Будут ли треугольники равны? Объясните почему.
11. На рисунке изображены два треугольника, наложенные друг на друга. Докажите их равенство, указав совпадающие элементы (стороны и углы).
12. В равных треугольниках  $KLM$  и  $XYZ$  угол  $K$  = углу  $X=45^\circ$ , угол  $L$  = углу  $Y=65^\circ$ . Найдите угол  $M$  и угол  $Z$ .

---

### Блок 4. Практические и исследовательские задачи

13. Используя линейку и транспортир, постройте треугольник со сторонами 4 см и 5 см и углом между ними  $60^\circ$ . Измерьте третью сторону и все углы. Проверьте, выполняется ли теорема о сумме углов треугольника.
14. Приведите 3 примера предметов из реальной жизни, имеющих форму:
  - равностороннего треугольника;
  - прямоугольного треугольника.Объясните, почему такая форма удобна для этих объектов.
15. Начертите треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Проведите медиану  $CM$  к гипотенузе. Измерьте  $CM$ ,  $AM$  и  $BM$ : Что вы заметили? Сформулируйте гипотезу.
16. Дан треугольник  $PQR$  с периметром 30 см. Точка  $S$  делит сторону  $PQ$  на отрезки  $PS=8$  см и  $SQ=7$  см. Найдите периметр треугольника  $PRS$ , если  $PR=10$  см.

---

### Блок 5. Логические и комбинированные задачи

17. Существует ли треугольник, у которого:

- все углы равны  $70^\circ$ ?
  - два угла тупые?
- Обоснуйте ответы.

18. В равнобедренном треугольнике один угол равен  $40^\circ$ . Найдите остальные углы. Рассмотрите все возможные случаи.

19. Периметр треугольника  $ABC$  равен 40 см. Сторона  $AB$  на 2 см больше  $BC$ , а  $AC$  на 3 см меньше  $AB$ . Найдите длины всех сторон.

20. На сторонах равностороннего треугольника  $ABC$  отложены равные отрезки  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$ . Докажите, что треугольник  $DEF$  также равносторонний.

---

### Ответы и подсказки (для учителя):

- Для задач на неравенство треугольника используйте правило: сумма любых двух сторон должна быть больше третьей.
- В равных треугольниках соответствующие элементы равны.
- Сумма углов треугольника всегда  $180^\circ$ .
- В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.



На выполнение работы выделяется 40 минут.

**Контрольная работа по теме «Треугольник» (тест), 7 класс**

**Вариант 1**

**Часть 1. Выберите верный вариант ответа**

1. Три точки, не лежащие на одной прямой, соединённые отрезками, образуют:
  - а) треугольник;
  - б) угол;
  - в) отрезок.
2. Сумма углов треугольника равна:
  - а)  $90^\circ$ ;
  - б)  $180^\circ$ ;
  - в)  $360^\circ$ .
3. Треугольник, у которого две стороны равны, называется:
  - а) равносторонним;
  - б) равнобедренным;
  - в) прямоугольным.
4. Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется:
  - а) высотой;
  - б) биссектрисой;
  - в) медианой.
5. В равнобедренном треугольнике углы при основании:
  - а) равны;
  - б) разные;
  - в) один всегда прямой.
6. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны по:
  - а) первому признаку;
  - б) второму признаку;
  - в) третьему признаку.
7. В треугольнике против большей стороны лежит:
  - а) больший угол;

- 
- б) меньший угол;  
в) прямой угол.
8. Высота треугольника — это:  
а) отрезок, делящий угол пополам;  
б) перпендикуляр, опущенный из вершины на противоположную сторону;  
в) отрезок, соединяющий середины двух сторон.
9. Треугольник может иметь:  
а) два прямых угла;  
б) два тупых угла;  
в) два острых угла.
10. В равностороннем треугольнике каждый угол равен:  
а)  $45^\circ$ ;  
б)  $60^\circ$ ;  
в)  $90^\circ$ .
- 

### Часть 2. Установите соответствие

Соотнесите вид треугольника с его характеристикой:

Вид треугольника	Характеристика
1. Остроугольный	А. Один угол равен $90^\circ$
2. Прямоугольный	Б. Все углы меньше $90^\circ$
3. Тупоугольный	В. Один угол больше $90^\circ$

Ответ: 1 — \_\_\_\_, 2 — \_\_\_\_, 3 — \_\_\_\_.

---

### Часть 3. Решите задачи