

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №18 г. Липецка

Математика

Фигурные числа

Каверина Полина Александровна

Учащейся 8в класса

Рыжкова Юлия Сергеевна

Учитель математики и наставник

Липецк

2023

Оглавление:

Введение	3
Основная часть	4
Что такое фигурные числа?	4
История фигурных чисел	4
Какие бывают фигурные числа?	4
Многоугольное число	5
Некоторые свойства фигурных чисел	5
Исследовательская работа	7
Заключение	8
Библиографический список	9
Приложения	10

Введение

Каждому ученику с начальных классов известно, что существуют числа двузначные, трехзначные, четырехзначные и т.д. Делятся на разряды и классы, например, есть класс единиц, класс тысяч, класс миллионов, класс миллиардов и еще некоторое количество классов. В старшей школе ученики узнают, что есть числа натуральные, дробные, смешанные и их свойства. Но мало кто знает о существовании фигурных чисел.

В данной исследовательской работе рассматривается использование фигурных чисел не только в математике, но и в окружающей жизни, просто люди не задумываются об этом. Всего 34% учащихся знают какие числа называются фигурными. 18,5% из опрошенных учеников считают, что фигурные числа - это плоские фигуры, 33% - объемные фигуры, 45% думают, что они могут изображаться и плоскими и объемными фигурами. 46,5% предполагают, что эти числа изобрел Пифагор. Половина опрошенных считает, что мы ежедневно встречаемся с фигурными числами в повседневной жизни.

Актуальность темы: Пифагор говорил: «Числа правят миром». Действительно, числа окружают нас повсюду. С помощью них не только записывают результаты измерений, сравнивают величины, вычисляют, но даже рисуют, проектируют, сочиняют, играют, делают умозаключения, выводы.

Объект исследования: фигурные числа.

Предмет исследования: использование фигурных чисел в математике и в повседневной жизни.

Цель работы: более глубоко изучить и исследовать одно из понятий математики - фигурное число, изучить процесс закономерности построения плоских фигурных, пространственных фигурных чисел, выявить их роль в нашей жизни.

Задачи:

1. Собрать по различным научным и учебным источникам материал по данной проблеме и проанализировать его.

2. Рассмотреть историю возникновения фигурных чисел, их применение в жизни человека.

3. Изучить классы фигурных чисел; формулы, по которым задаются фигурные числа.

4

4. Создать свой способ составления фигурных чисел с помощью 3D- ИТтехнологий.

Методы исследования:

Поисковый метод: использование научной и учебной литературы, поиск необходимой информации в сети Интернет;

Практический метод: выполнение построений фигурных чисел; поиск фигурных чисел вокруг нас, т.е. в повседневной жизни; опрос обучающихся по этой теме.

Основная часть

Что такое фигурные числа?

Что же такое фигурные числа?

По названию можно подумать, что они связаны с фигурами, то есть с геометрией, и это верно. Фигурные числа — это числа, связанные с геометрическими построениями определённого типа¹.

История фигурных чисел

Но как они появились? Ещё в древности в строительстве сооружений— пирамид, дворцов и храмов — применялись плиты и кирпичи, имеющие грани в виде треугольника, четырёхугольника, квадрата и некоторых других фигур. С этими же фигурами человек встречался при межевании и измерении земельных участков. Знакомясь с различными геометрическими фигурами, люди начали подмечать их общие свойства. Так постепенно складывалась геометрия-наука о геометрических фигурах. Геометрия достигла высокого развития в Древней Греции в школе Пифагора (VI–V вв. до н. э.)².

Пифагор и его ученики развивали не только геометрию, но и арифметику, причём их учение о числах тесно переплеталось с учением о геометрических фигурах. Пифагорейцы составляли различные фигуры из камешков или костяшек, изображая числа в виде точек, группируемых в геометрические фигуры.

Такое представление чисел облегчало пифагорейцам изучать свойства чисел. Числа, которые можно представить с помощью геометрических фигур, получили название фигурных.

Фигурные числа встречаются не только у пифагорейцев, но и других греческих учёных: Эратосфена (III–II в. до н. э.), Никомаха (I–II в.), Диофанта (III в.) и др. Фигурные числа изучали также индийские математики.

Какие бывают фигурные числа?

Многие знают, что есть многоугольные числа, которые относятся фигурным. Но также есть линейные, плоские, телесные числа. Рассмотрим подробнее эти группы и какие числа в них входят:

Линейные числа

Начнем с линейных чисел. Линейные — числа, которые не разлагаются на множители, то есть простые числа, дополненные единицей. То есть к ним относятся такие числа как 1, 5, 11. Но почему они считаются фигурными? Ничего связанного с геометрией тут нет. А вот и нет. Линейные числа изображаются в виде точек на одной линии, что и говорит нам название. Приложение 1

Плоские числа

¹ Математический энциклопедический словарь /под ред. Ю. В. Прохорова. — М. : Советская энциклопедия, 1988

² Глейзер Г. И. История математики в школе. —М. : Просвещение, 1982

Плоские числа— числа, которые можно представить в виде произведения двух множителей, и является составным. К примеру такие числа, как: 6, 12, 15. В этом определении все понятно, но как оно будет показано в виде схемы, на плоскости? Чаще всего его указывают на квадратах, прямоугольниках. Приложение 2

Телесное число

Телесные числа — числа, которые можно представить в виде произведения трёх множителей. Примером можно назвать числа: 8, 12, 28. По названию наверно можно понять, как обозначаются эти числа, на телах, в геометрии тела - это фигура в пространстве, которая является ограниченной, связной и содержит все свои граничные точки. Приложение 3

Многоугольное число

Ну и что же такое в итоге многоугольное число? Все эти схемки в виде фигур как раз и являются им. Многоугольное число - это число, представленное в виде точек или камешков, расположенных в форме правильного многоугольника. Существуют разные многоугольные числа, которые не очень похожи на друг друга. И поэтому многоугольные числа делятся на виды:

Треугольное число

Треугольное число - это число, равное сумме чисел от 1 до какого-то числа. Например, $10=1+2+3+4$. И название уже само говорит, что эти числа можно выстроить в треугольники. Приложение 4

Квадратное число

Квадратное число - это целое число, которое является квадратом целого числа. Ну или другими словами это произведение некоторого целого числа на само себя. Например, $\sqrt{4} = 2$.

Квадратные числа показывают в схемах на квадратах. Приложение 5

Прямоугольное число

Прямоугольное число-это число, являющееся произведением двух последовательных целых чисел, то есть это такие числа 12,20 ,42.

И обозначаются в виде прямоугольников. Приложение 6

Некоторые свойства фигурных чисел

Греческие математики нашли разные свойства многоугольных чисел, которые в большинстве случаев доказывали геометрически. Рассмотрим примеры таких свойств и их доказательства.

Пример 1. Сумма двух последовательных треугольных чисел — квадратное число. Например, $3+6=9$, $6+10=16$, $10+15=25$. Геометрическое доказательство этого факта в Приложении 7

Пример 2. n -е восьмиугольное число равно сумме шести $(n-1)$ -х треугольных чисел плюс n . Для доказательства достаточно построить чертёж (рис. 3) и сказать, подобно индийским руководствам, — смотри! Приложение 8

Многие теоремы о многоугольных числах доказывали Ферма (XVII в.), Эйлер и Лагранж (XVIII в.), Гаусс (XIX в.) и другие выдающиеся математики. Эти теоремы играют важную роль в теории чисел.

Самой важной из них является теорема, которую Ферма назвал «золотой».

Всякое натуральное число есть:

- или треугольное, или сумма двух или трёх треугольных чисел;
- или квадратное, или сумма двух, трёх или четырёх квадратных чисел; или пятиугольное;
- или сумма двух, трёх, четырёх или пяти пятиугольных чисел и т. д.

Ферма не смог найти доказательство этой теоремы, вытекающей, по его словам, «из многих крайне сокрытых тайн чисел». Над её доказательством трудились Эйлер, Лагранж, Лежандр и Гаусс. Однако полностью теорема Ферма была доказана французским математиком Коши (1789–1857). Из этой теоремы вытекают многие важные предположения теории чисел.³

Исследовательская работа

Проведем исследование, возможно ли используя современное 3D-приложение Blender построить фигурные числа.

³ Бендукидзе А. Д. Фигурные числа // Квант. — 1974 — № 6 — С. 53–56.

Фигурные числа попробуем создать, используя кубы. Получились следующие многоугольные числа.

Треугольные

Из треугольных выкладываем такие числа как: 1, 3, 10. Изображено в приложениях 9,10,11.

Квадратные

Из квадратных выбираем числа: 1, 4, 16. Показано в приложениях 12, 13, 14 соответственно.

Прямоугольные

Из прямоугольных чисел выбираем 2, 6, 20. Указано в приложении 15, 16, 17

В результате проведенной работы выяснили, что современные приложения 3D позволяют получить понимание о сущности фигурных чисел.

Заключение

Исходя из изученной научной и учебной информации делаем вывод, что все фигурные числа очень сильно взаимосвязаны схемами в виде геометрических фигур и геометрическими доказательствами.

В результате исследовательской работы выяснили, что треугольные числа получаются при сложении натуральных чисел по порядку, прямоугольные числа получаются при сложении четных чисел по порядку, квадратные числа получаются при сложении нечетных чисел по порядку, подтверждение можно посмотреть в таблицах в Приложениях 18, 19, 20.

Фигурные числа можно находить разными способами:

- выкладывать мелкие предметы по форме и пересчитывать;
- последовательно складывать числа натуральные, четные или нечетные;
- вычислять по формулам;
- создавать с помощью ИТ –технологий 3D.

Библиографический список

1. Бендукидзе А. Д. Фигурные числа // Квант. —1974 — № 6 — С. 53–56.
2. Глейзер Г. И. История математики в школе. —М. : Просвещение, 1982
3. Депман И. Я. История арифметики. Пособие для учителей. — М. : Просвещение, 1965.
4. Математический энциклопедический словарь /под ред. Ю. В. Прохорова. — М. : Советская энциклопедия, 1988
5. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B3%D1%83%D1%80%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0
6. <https://www.grot-school.ru/images/doc/uchenikam/raboty/issledovanie/vladimirova-v.-kak-nayti-figurnye-chisla.pdf?ysclid=lp8fr4q7o2789045757>

Приложение 1. Линейное число 5.



Приложение 2. Плоское число 6.



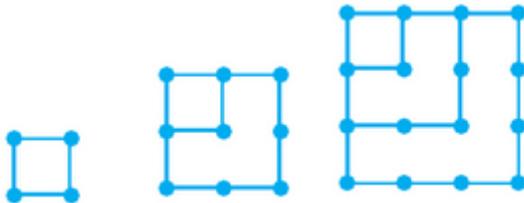
Приложение 3. Телесное число 8.



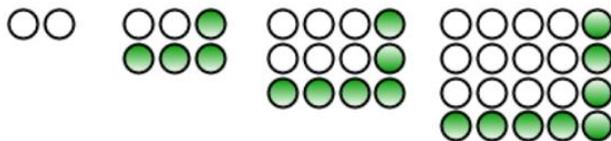
Приложение 4. Числа 3, 6, 10



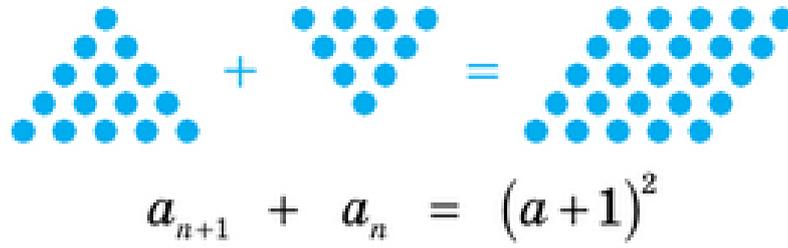
Приложение 5. Числа 4, 9, 16



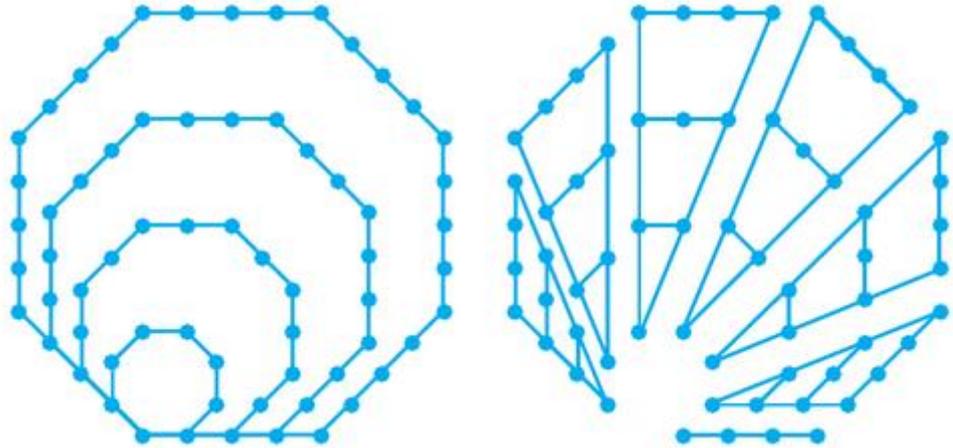
Приложение 6. Числа: 2, 6, 12, 20



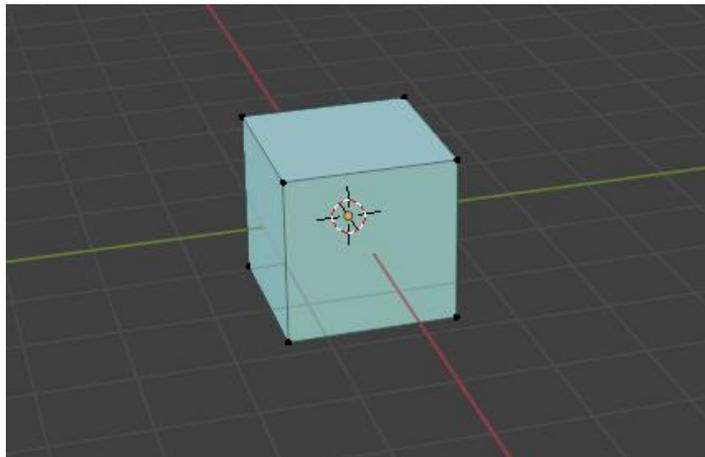
Приложение 7. Свойство фигурных чисел: сумма двух последовательных треугольных чисел — квадратное число.



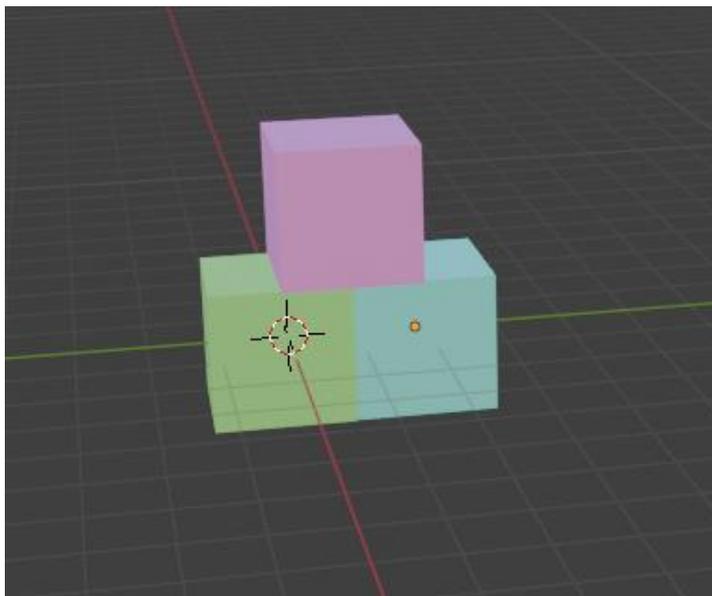
Приложение 8. Свойство фигурных чисел: n -е восьмиугольное число равно сумме шести $(n-1)$ -х треугольных чисел плюс n .



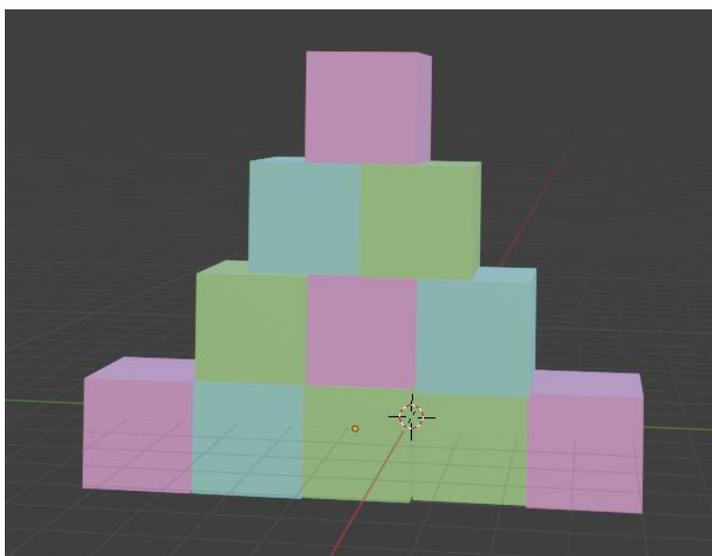
Приложение 9. Треугольное число 1



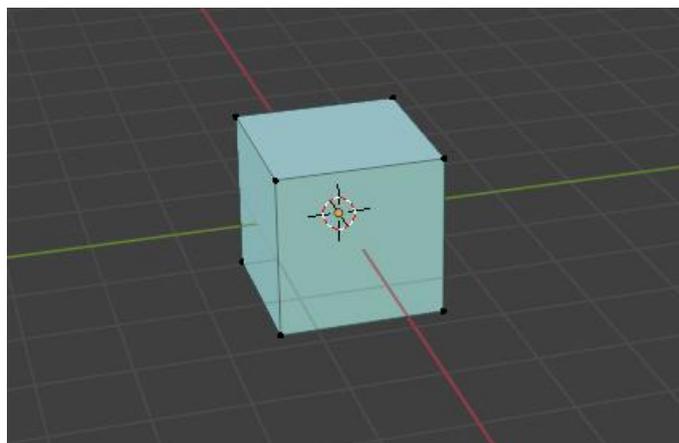
Приложение 10. Треугольное число 3



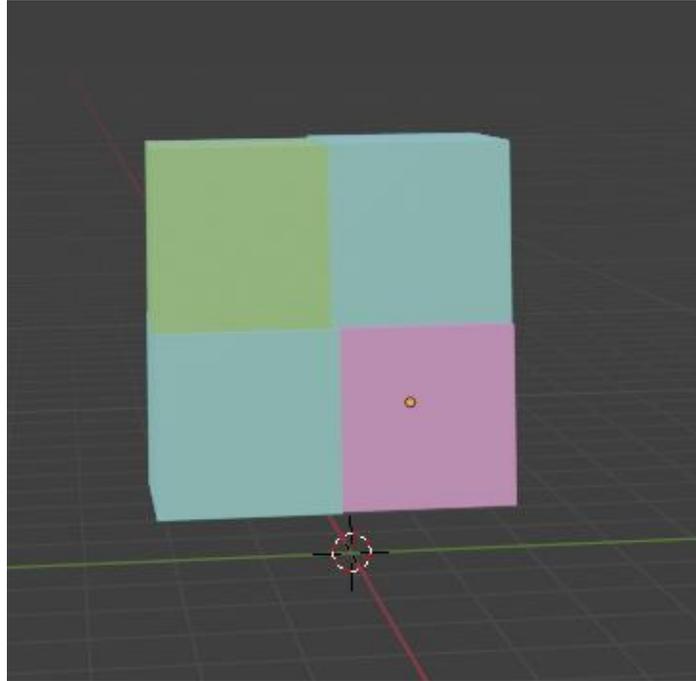
Приложение 11. Треугольное число 10



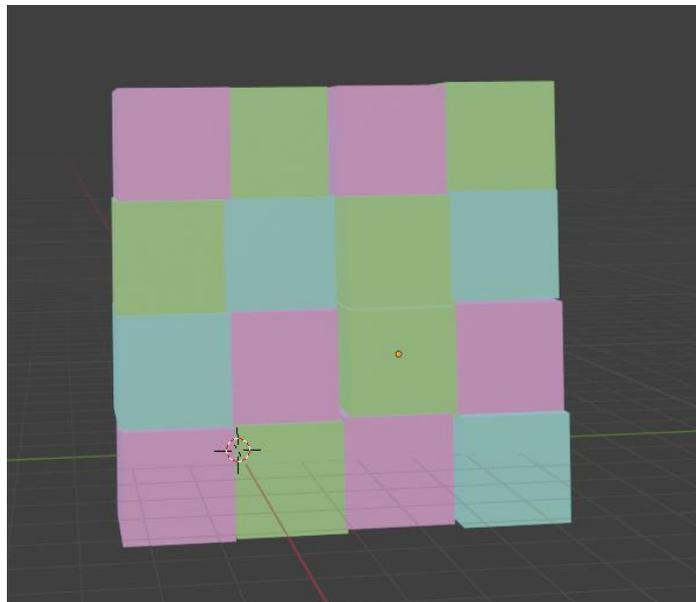
Приложение 12. Квадратное число 1



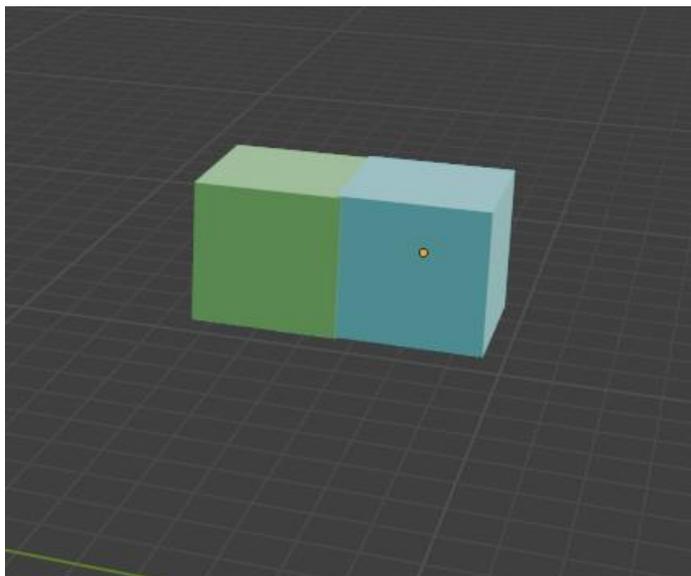
Приложение 13. Квадратное число 4



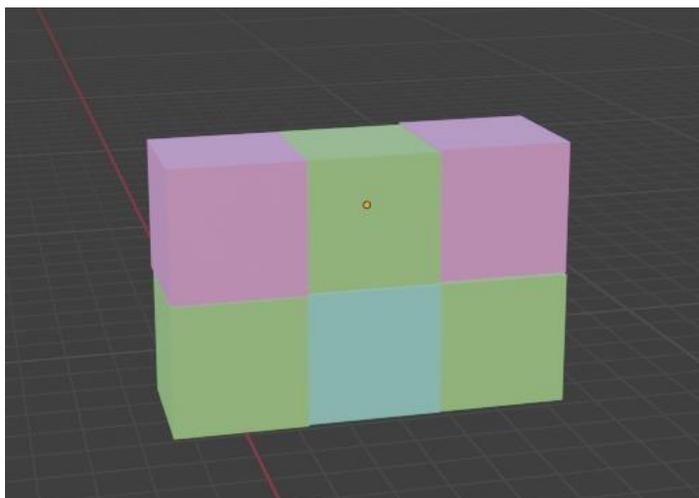
Приложение 14. Квадратное число 16



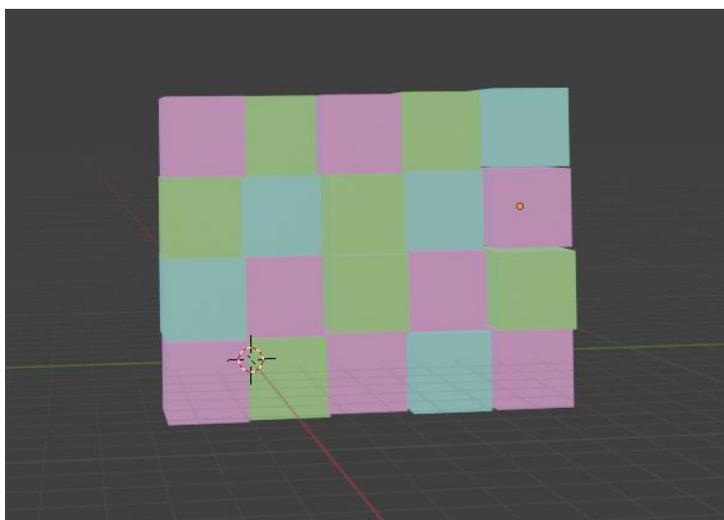
Приложение 15. Прямоугольное число 2.



Приложение 16. Прямоугольное число 6.



Приложение 17. Прямоугольное число 20.



Приложение 18. Треугольные числа при сложении натуральных чисел по порядку.

n	число
1	1
2	$1+2=3$
3	$1+2+3=6$
4	$1+2+3+4=10$
5	$1+2+3+4+5=15$
6	$1+2+3+4+5+6=21$
7	$1+2+3+4+5+6+7=28$
8	$1+2+3+4+5+6+7+8=36$
9	$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$
10	$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$

Приложение 19. Квадратные числа при сложении нечетных чисел по порядку.

n	число
1	1
2	$1+3=4$
3	$1+3+5=9$
4	$1+3+5+7=16$
5	$1+3+5+7+9=25$
6	$1+3+5+7+9+11=36$
7	$1+3+5+7+9+11+13=49$
8	$1+3+5+7+9+11+13+15=64$
9	$1+3+5+7+9+11+13+15+17=81$
10	$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=100$

Приложение 20. Прямоугольные числа при сложении четных чисел по порядку

n	число	
1	2	=1*2
2	2+4=6	=2*3
3	2+4+6=12	=3*4
4	2+4+6+8=20	=4*5
5	2+4+6+8+10=30	=5*6
6	2+4+6+8+10+12=42	=6*7
7	2+4+6+8+10+12+14=56	=7*8
8	2+4+6+8+10+12+14+16=72	=8*9
9	2+4+6+8+10+12+14+16+18=90	= 9*10
10	2+4+6+8+10+12+14+16+18+20=110	=10*11