Ибрагимова Зилия Индусовна, студент Удмуртского государственного университета

РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ»

Курсовая работа

**Содержание**

ВВЕДЕНИЕ…………………………………………………………………..………3

ГЛАВА 1. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ…………………………………………………………....7

* 1. Методика изучения понятия функции в школьном курсе математики…………………………………………………………………….7
  2. Место изучения функциональной линии в различных учебниках…………………………………………….................................13

ГЛАВА 2.ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПО РЕАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ» И ЕГО РЕЗУЛЬТАТЫ …………………………………………………...………….….…32

2.1. Разработка элективного курса «Линейная функция» для 7 класса……....32

2.2. Экспериментальная проверка полученных результатов……...….……..39

ЗАКЛЮЧЕНИЕ……………………………………………………………………43

ЛИТЕРАТУРА…..………………………………………………………………....45

ПРИЛОЖЕНИЕ...................................................................................................51

ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность исследования.** В школьном курсе математики одним из важных и основных направлений является исследование закономерностей реального мира с применением математических моделей, а одной из важных математических моделей является функция. Это понятие имеет огромную ценность для школьного курса математики. В школьном курсе алгебры содержаться следующие основные содержательно-методические линии: линия числа, линия функций, линия тождественных преобразований, линия уравнений и неравенств. Функциональная линия пронизывает целый курс математики. В 5 – 6-х классах осуществляется функциональная пропедевтика, в 7-9 классах происходит систематическое изучение функционального материала. Затем тема «Функции» продолжает изучаться в старших классах [50, С. 12]. Сформировать данные понятия у школьников является важнейшей задачей в деятельности учителя, ведь это будет способствовать развитию математического мышления и творческих способностей у школьников. Развитие функциональной идеи предполагает, прежде всего, развитие способности открывать новые связи, овладение общими образовательными приемами и навыками.

Изучение функции в условиях федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) предполагает использование базовых математических принципов для решения задач по анализу, пониманию и интерпретации данных. Учащиеся научатся понимать понятие функции и ее применение в математике, а также использовать математические принципы для анализа и понимания данных, а также применять математические понятия для решения практических задач. Таким образом, учащиеся смогут понять основы математических моделей и учета данных, что поможет им в дальнейшем применять математические принципы для решения реальных задач. Поэтому очень важно сформировать понятия функциональной линии у учащихся.

Математика является связующим звеном разных наук. В реалиях современного мира и условиях ФГОС, школьники должны четко понимать, что все научные дисциплины находятся в тесной взаимосвязи и неразрывно связаны друг с другом. Поэтому важную роль отводят межпредметным связям. Они позволяют наглядно продемонстрировать, как одна наука переплетается с другой. Межпредметные связи помогают учащимся понять, как различные предметы связаны между собой и как они могут применяться к практическим задачам. Например, изучение математики помогает учащимся понять принципы и законы физики, а изучение физики помогает им понять принципы и методы математики. Таким образом, межпредметные связи помогают учащимся изучать предметы глубже и применять их для решения практических задач.

Межпредметные связи могут использоваться для интеграции и понимания различных предметов. Например, изучение математики может помочь в понимании физики, а изучение физики может помочь в понимании математики. Они могут помочь учащимся понять и рассмотреть предметы из разных точек зрения, что помогает им понять принципы и законы, которые лежат в основе каждого из предметов. Невозможно представить физику без математического аппарата.

Тут возникают небольшие разногласия в школьных программах. Для изучения равномерного движения учащиеся должны понимать, что из себя представляет функциональная зависимость. Чем отличается прямая и обратно пропорциональная зависимость и как это изображается графически. Значит необходимо перед изучением данной темы дать школьникам информацию о графиках линейной функции в пропедевтических целях. Это необходимо сделать для более полного и качественного усвоения учащимися темы «равномерное движение».

**Проблема исследования состоит** в обосновании и использовании элективного курса «Линейная функция» для обучающихся 7 класса.

**Объект исследования:** процесс обучения математике в основной школе.

**Предмет исследования:** процесс обучения линейной функции в 7 классе основной школы.

**Цель исследования**: разработать элективный курс по математике «Линейная функция» для 7 класса.

Задачи исследования:

* + 1. Выявить основные цели и задачи обучения функциональной линии в курсе математики основной школы.
    2. Выявить методические особенности обучения учащихся понятию линейной функции.
    3. Разработать элективный курс по изучению понятия «Линейная функция» в курсе математики основной школы для учащихся 7-х классов.

**Гипотеза:** элективный курс «Линейная функция» позволит учащимся более продуктивно осваивать физику в 7 классе при изучении темы «Равномерное движение».

Во введении сформулированы основные характеристики исследования: актуальность, проблема, объект, предмет, цель, задачи и методы исследования.

Глава I содержит в себе теоретические основы обучения учащихся функциям в курсе алгебры основной школы. Определены основные цели и задачи обучения функциональной линии в курсе математики основной школы. Проанализированы учебники разных авторов и выделены особенности содержания функциональной линии. Описаны разные подходы к определению понятия «функция» в школьном курсе математики и выделены основные методические аспекты введения данного понятия. Раскрыты методические особенности обучения учащихся линейной функции.

В Главе II представлена разработка элективного курса по алгебре для 7 класса «Линейная функция» и результаты педагогического эксперимента.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы проведенного исследования.

Список литературы содержит 58 наименований.

В Приложении представлены примеры задач для элективного курса и диагностическая работа.

**ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЯ «ФУНКЦИЯ»**

* 1. **Методика изучения понятия функции в школьном курсе математики.**

В федеральных государственных образовательных стандартах указано, что раздел «Функции» математики предназначен для получения обучающимися базовых знаний о функциях как основной математической модели для анализа и изучения различных явлений и процессов. Функция представляет собой инструмент, который может быть использован для исследования связей между математикой и физикой, а также для практического применения знаний в других областях.

Методика изучения понятия функция в школьном курсе алгебры предполагает использование различных подходов, включая понимание базовых понятий, анализ и интерпретация данных, выявление закономерностей и связей, использование различных представлений и методов представления информации. В результате, учащиеся научатся применять математические принципы для анализа и понимания данных, а также использовать математические понятия для решения практических задач. А также смогут понять основы математических моделей и учета данных, что поможет им в дальнейшем применять математические принципы для решения реальных задач.

Понятие функции является одним из основных понятий современной математики. Оно используется для понимания и исследования математических и физических явлений. Ф. Клейн первым поставил вопрос об изучении функций в школах в начале XX века. Затем К.Ф. Лебединцев и А.Я. Хинчин внесли большой вклад в развитие функциональной зависимости. А.Я. Хинчин утверждал, что это понятие должно играть главную роль в математическом образовании. В современном курсе математики эти идеи были учтены.

Одна из ключевых содержательных линий математики это- функциональная линия. Она реализуется в исследовании вопросов, относящихся к понятию, функция, а также в придании многим понятиям математики функциональной направленности.

*Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования* [56] указывает, что результаты изучения предметной области «Математика» должны отражать:

1) формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;

2) развитие умений работать с учебным математическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;

3) овладение символьным языком алгебры, приёмами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; 4) овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей;

5) овладение простейшими способами представления и анализа статистических данных; формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучений, о простейших вероятностных моделях; развитие умений извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, описывать и анализировать массивы числовых данных с помощью подходящих статистических характеристик, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений;

6) развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах.

Формирование понятия функциональной зависимости у школьников имеет огромное значение в деятельности учителя по развитию математического мышления, ведь это понятие является одним из главных в математике. Чтобы качественно овладеть общими учебными приемами и умениями, необходимо развивать функциональное мышление. Оно развивает способность к обнаружению новых связей при решении задач.

Содержание функциональной линии в курсе математики дает возможность обучающимся получить определенные знания о функции как о фундаментальной математической модели, которая в свою очередь позволит исследовать и проводить анализ окружающего нас мира. Для того чтобы грамотно использовать графический, символьный и словесный языки математики необходимо в полной мере овладеть функциональным материалом. Кроме того, это даст возможность показать роль математической науки в становлении других наук

В результате изучения темы «Функция» учащиеся должны уметь:

1. Изображать на координатной прямой точки, соответствующие заданным координатам, лучи, отрезки, интервалы; записывать числовые промежутки на алгебраическом языке.
2. Отмечать в координатной плоскости точки по заданным координатам; строить графики линейных функций. Строить график функции y = х.
3. Описывать с помощью функций известные зависимости между величинами: скорость, время, расстояние; цена, количество, стоимость; производительность, время, объём работы.
4. Находить значение функции по значению её аргумента.
5. Понимать графический способ представления и анализа информации; извлекать и интерпретировать информацию из графиков реальных процессов и зависимостей.

Термин «функция» применяется в нескольких смыслах (рис.1 и рис.2) В математике известны два основных направление истолкования понятия функции: классическое и современное.

 Рис.1

Рис.2

Л.А. Горина [15] указывает в статье «О развивающем потенциале функционально графической линии в курсе алгебры основной школы», что регулярное применение функционального материала позволяет увидеть взаимосвязь между основным понятием функции и другими понятиями в основном курсе школьной математики, способствовать приобретению алгебраических знаний. Автор подчеркивает связь функциональной линии с арифметическими вычислениями, линиями уравнений и неравенств и тождественных преобразований. Чтобы обеспечить развитие математического мышления в более полной мере, необходимо активно использовать графики при изучении функций.

Т.А. Песков в своей статье «Об изучении функции в средней школе» [] говорит о том, что воспитательное, практическое и образовательное значение изучения функции заключается в том, что оно дает возможность устанавливать закономерности изменения различных величин в окружающей действительности, в зависимости от других величин.

Н.Л. Стефанова, Н.С. Подходова и др. в работе «Методика и технология обучения математике» [54, С. 257 – 258], рассуждая о целях изучения функции, приходят к следующим выводам:

1. В основе метода решения математических задач лежит применение свойств функции (например, при решении неравенств и уравнений)
2. Функция имеет общекультурное, мировоззренческое значение. Учащиеся при изучении функции узнают об идее непрерывности, бесконечности и всеобщей связи. Виду того, что функция представляет собой модель различных реальных процессов, необходимо изучить ее свойства, для познания этих процессов.
3. Во многих научных областях и учебных дисциплинах широко используются функциональные зависимости. Поэтому возникает необходимость продемонстрировать учащимся значимость и распространенность понятия функции при изучении его в школе.
4. Изучение функции благоприятствует становлению и развитию функционального мышления, которое ответственно за наблюдением изменением

Изучение функций содействует формированию и развитию функционального мышления, ответственного за видение связей между изменениями различных объектов. Кроме того, функциональное мышление способствует развитию умений работать с абстрактным материалом, анализировать.

Таким образом, подводя итог всему вышесказанному, можно сформулировать следующие основные цели обучения функциональной линии в основной школе:

1. Формирование у учащихся целостного представления об окружающем мире и взаимосвязи его компонентов на основании исследования реальных зависимостей при помощи функций.
2. Формирование навыков использования функций в повседневной жизни.
3. Формирование у учащихся знаний, умений и навыков использования понятийного аппарата, связанного с функциональной линией, в математике и других науках.
4. Формирование у учащихся навыков перевода информации из одного вида в другой: из графической в текстовую, табличную, на язык формул.

Итак, изучение понятия функции – это не только одна из важнейших целей преподавания математики в школе, но и средство, которое даёт возможность связать общей идеей разные курсы математики, установить связь с другими предметами.

* 1. **Место изучения функциональной линии в различных учебниках**

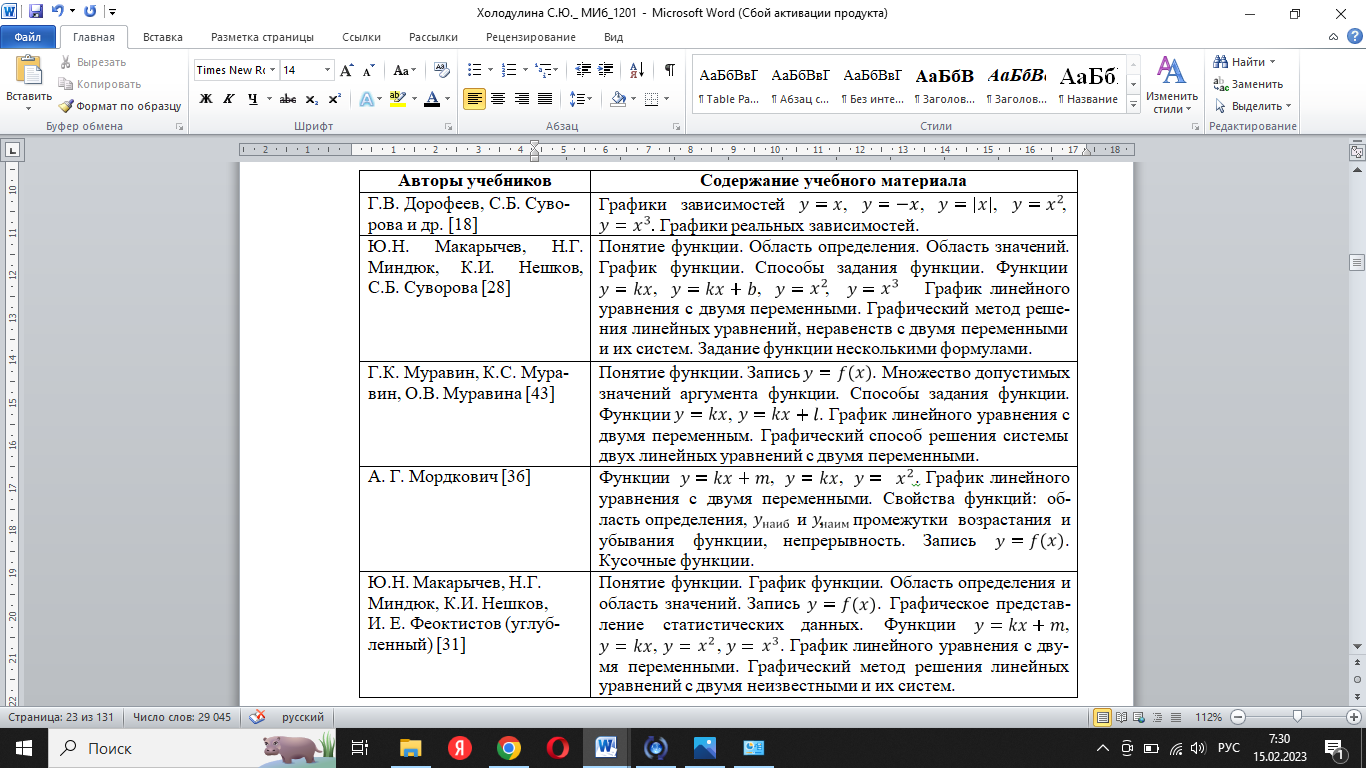
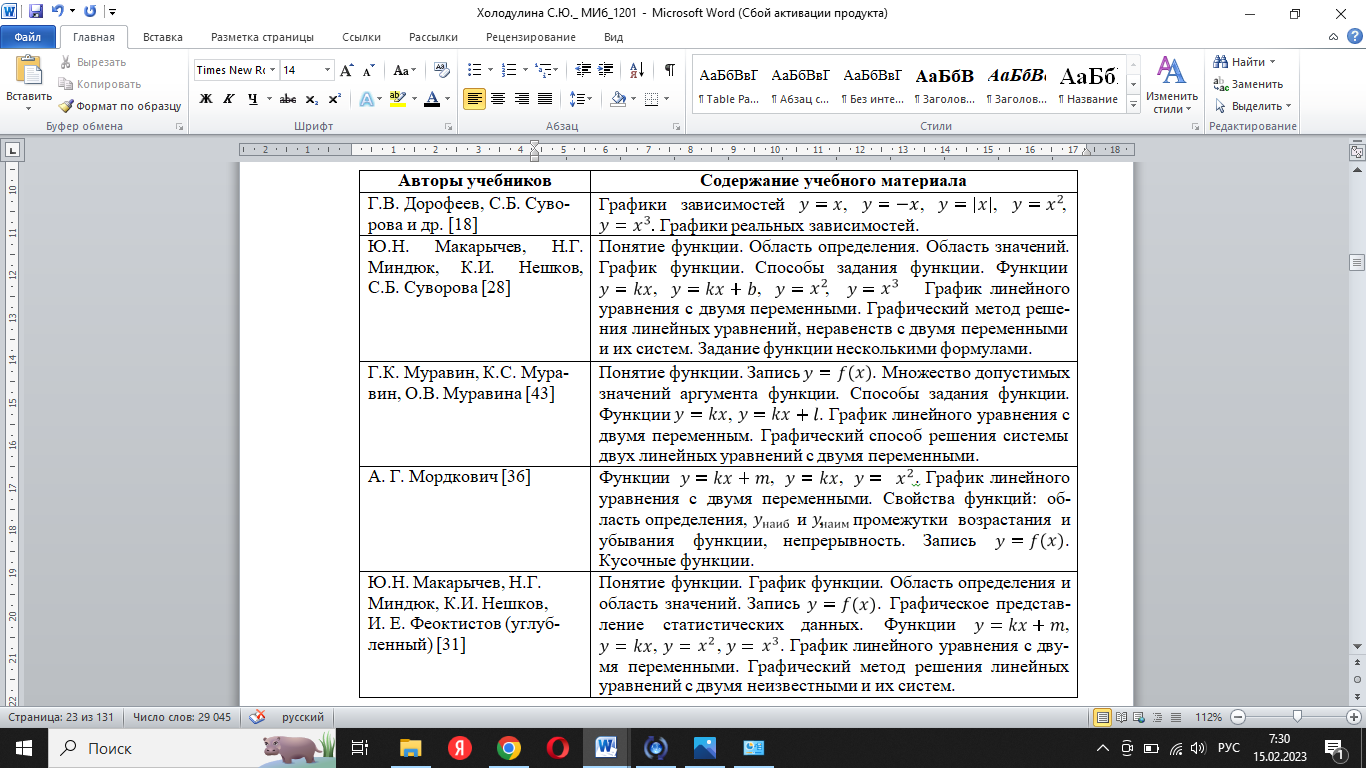
В школьных учебниках место изучения функций различно.

В Таблице 1 представлен анализ содержания теоретического материала функциональной линии в различных *учебниках алгебры 7 класса*.

В учебниках [18], [28], [43] в 7 классе вводятся понятия функции (как зависимость одной переменной от другой), аргумента, области определения функции, графика функции, рассматриваются способы задания функции. Там же изучается прямая пропорциональность, линейная функция и степенные функции вида *у = х*2*, у = х*3, их свойства и графики. В 8 классе рассматриваются обратная пропорциональность и функция . В 9 классе вводятся понятия возрастающей и убывающей функций, чётности и нечётности функций. Рассматриваются квадратичная функция (её график и свойства), простейшие преобразования графиков (на примере квадратичной функции) и степенная функция  с натуральным показателем.

**Таблица 1**

**Анализ содержания теоретического материала функциональной линии в различных учебниках алгебры 7 класса**



В учебниках [18], [43], [36] понятие функции вводится в 7 классе, как зависимость одной переменной от другой. Но здесь не вводится понятие аргумента, области определения функции, а рассмотрены только способы задания функции и график функции. После этого изучаются прямая пропорциональность и линейная функция, их графики. В 8 классе рассматривается квадратичная функция, сначала изучается график и свойства функции  затем  и . В 9 классе вводятся понятия области определения функции, возрастание и убывание функции, чётность и нечётность функции. Рассматриваются обратная пропорциональность и степенная функция .

В учебниках [36], [31] функция начинает изучаться в 7 классе. Здесь рассматриваются линейное уравнение с двумя переменными и его график, линейная функция, прямая пропорциональность и функция , их графики. Учащиеся учатся находить наибольшее и наименьшее значения этих функций на заданном промежутке. Вводится понятие о непрерывных и разрывных функциях, разъясняется запись , а также вводится функциональная символика. В 8 классе рассматриваются следующие функции: , , ,  и их графики. В 9 классе вводятся определение функции, способы задания функции, область значения, область определения функции, свойства функций: монотонность, ограниченность, наибольшее и наименьшее значение функции на заданном промежутке, чётность и нечётность. Даны наглядно-геометрические представления о непрерывности и выпуклости функции. Произведён обзор свойств и графиков известных функций: , , , , , , . А так же рассмотрены функции  и , их свойства и графики, построение графика функции  по известному графику функции . Кроме того, в 9 классе введены элементы теории тригонометрических функций  и , их свойства и графики. Изучение функциональной линии начинается в 7 классе. Здесь вводится понятие функции, таблица значений и график функции, пропорциональные переменные. Учащиеся знакомятся с прямой пропорциональностью, с линейной функцией, с функцией  их свойствами и графиком, а также с графиком линейного уравнения с двумя переменными. В 8 классе изучается функция , в 9 классе рассматривается квадратичная функция и функция  (особое внимание уделяется случаю *n* = 3).Изучение функциональной линии начинается в 8 классе. Вводятся понятия функции, её графика, рассматриваются функции , , , прямая пропорциональность, линейная функция, квадратичная функция, их свойства и графики. В 9 классе изучается степенная функция . Кроме того, здесь могут быть рассмотрены функции , , ,  и . Но этот материал не является обязательным для изучения. На этом изучение функциональной линии (в основной школе) в данном комплекте заканчивается.

Итак, можно сделать вывод, что в учебниках функциональная линия является ведущей (здесь рассмотрены понятия и функции, которым не придаётся значения в других учебниках, например, непрерывность и выпуклость, функции , , ). В других учебниках (выше рассмотренных), внимание уделяется другим содержательно-методическим линиям, а значение функциональной линии в этих учебниках умеренное. В рассмотренных учебниках содержание и место изучения данной содержательной линии отличается не существенно.

В различных учебниках используются различные способы исследования функции.

В учебниках применяется комбинированный метод в 7 и 8 классе, а в 9 классе – аналитический. В некоторых учебниках используется комбинированный и графический метод.

В учебном пособии «Методика обучения алгебре основной школы» Н.М. Епифанова и О.П. Шарова [21] рассматриваются основные проблемы, которые возникают при изучении функциональной линии, и пути их решения.

Авторы обращают внимание, что очень часто происходит так, что функция отождествляется учащимися с формулой, описывающей ее. Поэтому стоит обратить внимание на следующие пункты:

1. не любая формула задает функцию;
2. есть такие функции, которые невозможно задать формулой (например, функция Дирихле)
3. невозможно задать функция одновременно несколькими формулами.

По мнению авторов, учащиеся должны понять и усвоить, что сама формула не является функцией, а лишь одним из способов ее задания

Так же следует обратить большое внимание на то, что область определения абстрактной функции и функция, полученная из конкретной задачи, отличаются друг от друга. Для решения этой проблемы, рекомендуют предложить учащимся задания на построение графиков по заданной области определения. Не нужно использовать однотипные упражнения «найти область определения функции», а предложить учащимся творческое задание «построить функцию по заданной области»

Кроме этого, Н.М. Епифанова и О.П. Шарова, говорят о том, что у учащихся возникают трудности при нахождении области значения функции. Ввиду этого, учителю предлагается обратить внимание учащихся на нахождение области значений функции, а не только на нахождение области определения функции.

Е.В. Власова в статье «Еще раз об изучении функции в средней школе» [10] указывает на то, что очень часто учащиеся «не видят» функцию, если она задается в неявном виде. Чтобы попытаться решить данную проблему, автор предлагает предложить учащимся задания такого характера: придумать функцию, которая задана неявно, и попробовать задать каждую из них в явном виде.

После того как введено понятие функции, рассмотрен вопрос о нахождении значения функции при заданном значении аргумента, Е.В. Власова советует давать упражнения учащимся направленные на понимание и использование функциональной символики.

Существует множество различных подходов к определению и введением понятия функции. В различных школьных учебниках по-своему трактуется это понятие.

В учебном пособии «Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика» А.Я. Блох, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев и др. [4] рассматривают две методические трактовки понятия функции: генетическую и логическую.

Генетическая трактовка понятия функции. Смысл этого понятия основан на методическом освоении ключевых черт, которые вошли в него до середины XIX века. Поэтому в этом случае система функционального представления включает такие ключевые понятия как переменная величина, функциональная зависимость постоянных величин от формулы и декартова система координат на плоскости.

Обучение функциональным представлениям основано на методическом анализе данного понятия в рамках определения алгебраической системы. Эта функция является отношением специального вида между двумя множествами, удовлетворяющим условию функциональности. А вывод определения из понятия отношения – это первый шаг к изучению этого понятия.

Есть у них и свои плюсы и минусы. Поэтому авторы указывают на то, что с точки зрения генетической трактовки в результате легко выявляется модельный аспект понятия функции относительно изучения явлений окружающего нас мира. Это хорошо вписывается в остальные разделы школьного курса алгебры, так как большая часть функций, используемых в нем, выражена алгеброй или табличным языком. Однако стоит обратить внимание, что в генетической трактовке всегда неявно (или даже явно) подразумевается прохождение непрерывного ряда числовых значений. Это связано с числовыми функциями одного числового аргумента (определенными на числовом промежутке). В процессе обучения необходимо постоянно выходить за пределы первоначального описания функциональных представлений.

При использовании логического подхода, нужно показать функцию при помощи различных средств, что обогатит язык школьной математики. Необходимо использовать не только формулы и таблицы, а применять задание функций стрелками, перечислением пар. Обобщение возникающего понятия, а также возможность установления различных связей в обучении математике - главные достоинства такой трактовки. Выработанное на этом пути общее понятие оказывается в дальнейшем связанным главным образом с числовыми функциями одного числового аргумента, то есть областью более простой формирования генетической основы.

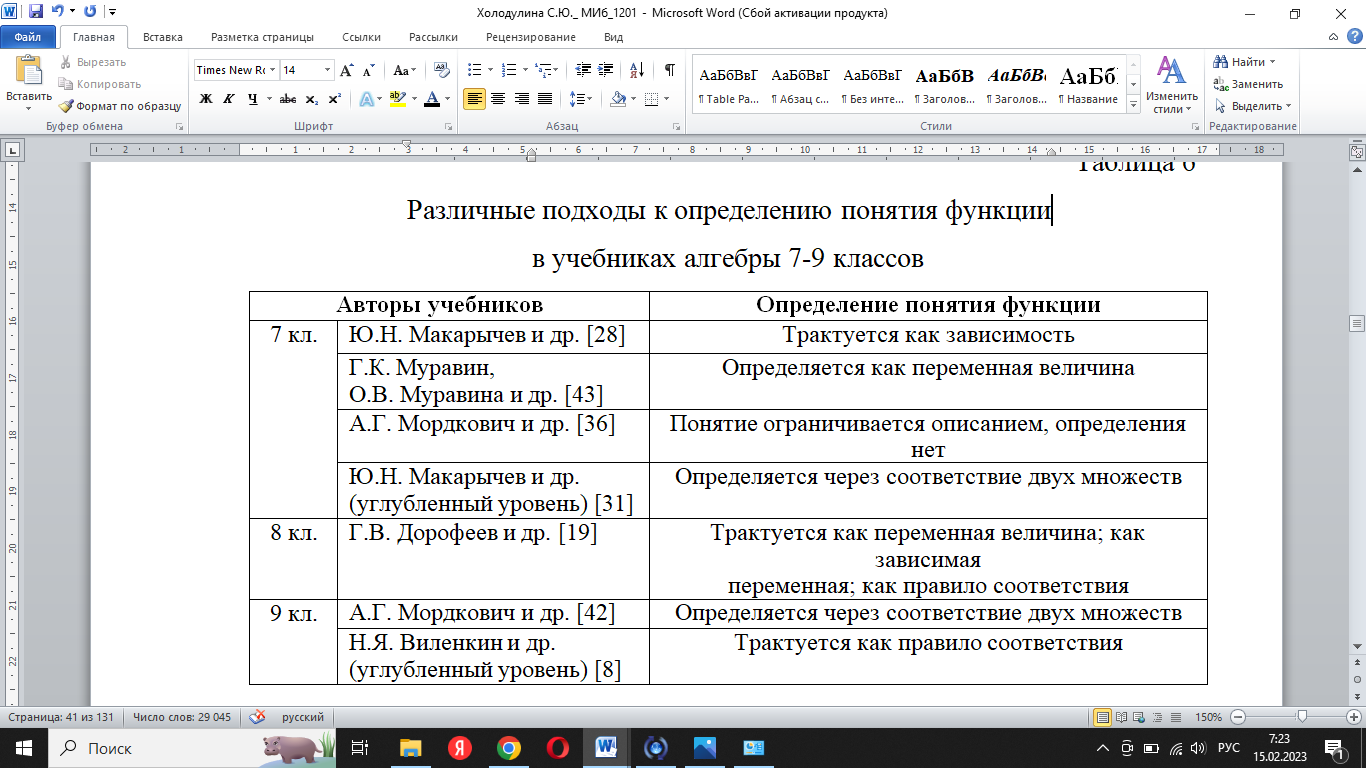
В настоящее время в школьном курсе математики в качестве главного приняли генетический подход.

Н.Л. Стефанова, Н.С. Подходова и др. отмечают, что разные трактовки понятия «функция» можно разделить на две категории. Первая категория включает в себя определения, которые относятся к классическим (традиционным), относящимся к понятию переменной величины. Вторая категория включает в себя определения, которые можно отнести к современным и имеют теоретико-множественную основу[54, С. 258].

В Таблице 2 представлены различные *подходы к определению понятия функции* в учебниках алгебры 7-9 классов разных авторов.

**Таблица 2**

**Различные подходы к определению понятия функции в учебниках алгебры 7-9 классов**



Рассмотрим методику введения понятия функции по учебнику алгебры 7 класса *Ю.Н. Макарычева* [28].В учебнике этого автора функция представляет собой *особого рода зависимость одной переменной от другой*.

Перед тем как вводить понятие «функция» стоит рассмотреть примеры зависимости между переменными. В них учащиеся познакомятся с ситуациями, когда зависимость задана таблицей, графиком или формулой.

Через эти примеры можно раскрыть содержание таких понятий как *«зависимые переменные»* и *«независимые переменные»*. Все это служит основой для более полного и осознанного восприятия школьниками понятия «функция».

В учебнике Ю.Н. Макарычева приводится такой пример: *площадь квадрата* зависит от *длины его стороны*. Пусть каждая сторона квадрата равна a см, а его площадь равна S . Для каждого значения переменной a можно найти соответствующее ему значение переменной S. Так, если a = 3, то S = 9; если a = 5 , то S = 25.

Автор обращает внимание, что зависимость переменной S от переменной a выражается формулой S = a2. При этом, Ю.Н. Макарычев указывает, что по смыслу задачи a > 0. Переменную a, значение которой выбирается произвольно, называют *независимой переменной*, а переменную S - *зависимой переменной* [28, С. 55].

После данного примера рассматривается пример *зависимости пути*, пройденного автомобилем со скоростью 50 км/ч, *от времени движения* (S = 50t). Также приводится *график изменения температуры* воздуха в течение суток и *таблицу зависимости стоимости проезда* на железнодорожном транспорте *от номера зоны проезда*.

После всех примеров, автор приходит к выводу о том, что каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной. Такую зависимость одной переменной от другой называют *функциональной зависимостью* или *функцией*.

Ю.Н. Макарычев говорит о то, что независимую переменную иначе называют *аргументом*, а о зависимой переменной говорят, что она является *функцией от этого аргумента*. Значения зависимой переменной называют *значениями функции*. Затем автором вводится понятие области определения функции: все значения, которые принимает независимая переменная, образуют *область определения функции*.

В ходе выполнения упражнений № 258 – 264 отрабатываются функциональные понятия. Задачи № 258 - 260 способствуют формированию навыков задавать зависимость формулой и находить значение функции по заданному значению аргумента.

*Задача № 258* [28, С. 57]. Площадь прямоугольника со сторонами 9 см и x см равна S см2 . Выразите формулой зависимость S от x. Для значения аргумента x=4; 6,5; 15 найдите соответствующее значение функции S .

Ю.Н. Макарычев считает, что особое внимание необходимо обратить на упражнения №261,262, которые направлены на формирование навыков чтения графиков реальных зависимостей. Задача № 263 ориентирована на формирование понятий «аргумент», «область определения функции», «значения функции», а № 264 – на чтение данных по таблице.

*Задача № 263* [28, С. 59]. Каждому натуральному числу n ставится в соответствие остаток r от деления этого числа на 4. Найдите r, если n равно 13, 34, 43, 100. В рассматриваемой функциональной зависимости укажите аргумента. Какова область определения этой функции? Какие числа служат значениями функции?

Автор дает следующее определение понятия функции:

«Функцией называют такую зависимость переменной *y* от переменной *x*, при которой каждому значению переменной *x* соответствует единственное значение переменной *y*»[, С. 3].

Похожий подход такого раннего введения функции принят в учебнике алгебры 7-го класса *Г.К. Муравина* и *О.В. Муравиной*. Вначале авторы определяют понятие функции, а затем рассматривают примеры. *Г.К. Муравина* и *О.В. Муравиной отмечают, что в данных примерах* с изменением значения одной переменной изменяется и значение другой, при этом каждому значению первой переменной соответствует единственное значение второй.

После этого авторы замечают, что в приведенных примерах с изменением значения одной переменной изменяется и значение другой, причем каждому значению первой переменной соответствует единственное значение второй. Далее дается определение понятия функции:

«Переменную *y* называют функцией переменной *x*, если каждому допустимому значению x соответствует единственное значение *y*. Переменную *x* называют аргументом функции *y*»[28, С. 53].

Г.К. Муравин и О.В. Муравина вводят запись и отмечают, что значения аргумента функции, при которых записанное в правой части формулы выражение имеет смысл, считают *допустимыми значениями аргумента функции*.

После пункта «Понятие функции» в качестве закрепления рассматривается задача № 122, в которой надо составить функцию по условию задачи. Так же задача направлена на усвоение понятия «допустимые значения переменной *x*», на нахождение переменной *x* по заданному значению.

*Задача № 122* [43, С. 55]. По условию задачи составьте функцию .

В книге 280 страниц. Девочка ежедневно читает по 20 страниц. Сколько страниц (*y*) ей останется прочитать через *x* дней? (x1=7, x2=14) Каковы допустимые значения переменной *x*? Найдите значения переменной *y*, соответствующие значениям x1 и x2.

После этого идут задачи на понимание функциональной символики и нахождение множества допустимых значений аргумента (№ 123 – 128), а также № 129 – на запись зависимости формулой и определение множества допустимых значений аргумента полученной функции.

После введения понятия функции изучаются темы «Таблица значений и график функции», «Функция », «Линейная функция», а в 8 и 9 классах изучаются обратная пропорциональность, квадратичная и степенная функции.



В учебниках Г.В. Дорофеева, А.Г. Мордковича само определение функции в 8-ом и 9-ом классе соответственно. В учебнике Г.В. Дорофеева в 7 классе не вводится понятие функция, а речь идет только о таком понятии как «зависимость». Затем в 8 классе при изучении темы «Чтение графиков».

В 8 классе в пункте «Чтение графиков» Г.В. Дорофеев отмечает, что учащимся уже приходилось работать с графиками различных зависимостей между величинами. Тут же разбирается несколько примеров *чтения графиков реальных зависимостей*.

Г.В. Дорофеев в пункте «Что такое функция» пишет о том, что при рассмотрении графиков реальных зависимостей, в каждом примере всегда идет речь о двух взаимосвязанных величинах. При изменении одной величины меняется и значение второй. В таких случаях одна величина называется *независимой,* а другая *– независимой.* Такие зависимости могут задаваться не только *формулой,* и *таблицей* или *графиком.* Автор дает следующее определение понятия функции:

«Переменную y называют функцией переменной x , если каждому значению x из некоторого числового множества соответствует одно определенное значение переменной y. Для независимой переменной тоже есть специальной название: ее называют аргументом»

Автор учебника обращает внимание на то, что термин «функция» в математике применяется в более широком смысле. Он пишет, что функцией часто называют не только одну из двух переменных, но и саму зависимость между ними, а также *правило*, по которому устанавливается соответствие между значениями аргумента и значениями функции. Это правило может выражаться разными способами - таблицей, графиком, формулой.

Автор вводит запись и термин *«область определения функции»*: все значения, которые может принимать аргумент, образуют область определения функции. Для закрепления приводятся задачи на задание зависимости формулой, нахождение значения функции по заданному значению аргумента и наоборот, определение области определения функции (№ 737 – 740), на работу с функциональной символикой (№ 742 – 744, № 750, 751, 754, 755).



После идет изучение следующих тем: «График функции», «Свойства



функции», «Линейная функция», «Функция и ее график». А в 9 классе ключевым является изучение квадратичной функции.

В учебниках *А.Г. Мордковича* в 7 классе в параграфе «Координатная плоскость» вводятся следующие термины: *прямоугольная система координат*, *координатная плоскость*, *начало координат*, *координатные углы*, *абсцисса* и *ордината*. Затем идет изучение темы «Линейное уравнение с двумя переменными и его график». После этого автор предлагает знакомство учащихся с линейной функцией и ее графиком. Но следует отметить, что само понятие «функция» в 7 классе не вводится А.Г. Мордковичем. Этот термин упоминается впервые при изучении линейной функции. Автор обращает внимание, что функцию, задаваемую уравнением , где k и m числа будем называть *линейной функцией*.



Затем следует обратить внимание, что в уравнении переменные x и y не равноправны: определенные значения задается одной из них – переменной x, в свою очередь значение переменной y напрямую зависит от выбранного значения переменной x. Исходя из этого, отмечается, что x - *независимая переменная* (или аргумент), y - *зависимая переменная*.

С восьмого класса учащиеся начинают изучать конкретные виды функций. Глава «Числовые функции» посвящена изучению функциональной линии в комплекте учебников А.Г. Мордковича 9 класса. Глава «Определение числовой функции». Общие определения, область значений функции» начинается с указания автора о том, что в начале введения термина «функция».

На основе обобщения опыта работы учащихся с данным понятием в 6 и 7 классах автор делает вывод о том, что данный термин является одним из наиболее часто употребляемых. Есть два существенных момента:

1. Запись указывает на *правило*, с помощью которого, зная конкретное значение независимой переменной x, можно найти соответствующее значение переменной y.



1. Указывается *числовое множество X* , откуда берутся значения независимой переменной x .

Затем вводится понятие функции:

«Если даны числовое множество X и правило , позволяющее поставить в соответствие каждому элементу x из множества X определенное число x , то говорят, что задана функция с областью определения. При этом переменную называют независимой переменной или аргументом, а переменную – зависимой переменной».

Затем, А.Г. Мордкович вводит обозначения для области определения и области значений функции. Далее рассматриваются темы «Способы задания функции» и «Свойства функции».

В учебнике, большинство задач направлено на формирование навыков и умений учащихся нахождения области определения функции по её аналитическому заданию. Есть задачи на построение графиков функций, нахождение области определения и зоны значения функции, и наоборот. Также есть задачи вычисления значений функцией по заданному значению аргумента.

Ю.Н. Макарычев дает следующее определение понятия функции:

«Функцией называется соответствие между двумя множествами, при котором каждому элементу одного множества соответствует единственный элемент другого множества»[31, С. 198].

После введения понятия функции вводятся следующие термины: *независимая переменная*, *аргумент*, *область определения функции*, *зависимая переменная*, *область значений функции*. Тут же Ю.Н. Макарычев вводит *функциональную символику* и описывает различные *способы задания функции*.

Задачей является формирование навыков учащихся переходить от одного способа задания функции к другому, находить значения функцией по заданному значению аргумента и наоборот. В задачи входит изучение функциональной символики. Также автор рекомендует уделять особое внимание задачам на определение и область значений функции.

*Задача № 980* [31, C. 202]. Даны соответствия между элементами некоторых множеств: а) каждому ученику школы поставлено в соответствие четырехзначное число, соответствующее году его рождения; б) каждому дню в году поставлен в соответствие ученик школы, родившийся в этот день. Какие из этих соответствий являются функциями? Почему?

*Задача № 994* [31, С. 204]. Докажите, что областью значений функции являются только положительные числа, если:



*Задача № 998* [, С. 205]. Задайте таблицей функцию:







Н.Я. Виленкинв 9 классе [6, С. 6] дает следующее определение понятия функции: «Функцией  называют правило, которое каждому элементу

 ставит в соответствие единственный элемент ».

В.П. Покровский отметил, что родовое понятие и соответствующая терминология должны быть понятны ученикам и не требовать предварительно сложных объяснений на данном этапе изучения. Согласно определению, информация должна быть не только научной и соответствовать возрастным особенностям учащихся. Автор считает, что это нарушается при теоретико-множественной трактовке понятия функции уже в 7-м классе учебника Ю.Н Макарычева (углубленный уровень). Педагоги должны обращать внимание на бытовой смысл математических терминов, происхождение и переводы с латинского или греческого языков [50, С. 20].

Также стоит отметить, что при введении функции нет возможности сравнить это понятие с другими. Они могут напоминать функцию, но отличить ее сложно. Поэтому необходимо использовать специальные упражнения для выяснения того, является ли зависимость функцией. Таким образом, в книге по методике преподавания математики Н.Л. Стефановой описаны упражнения, используемые учениками для изучения различных предметов и из повседневной жизни [54, С.265 - 266]. Для сознательного усвоения понятия функции учащимися необходимо привести собственные примеры зависимости, являющейся функций.

Е.И. Лященко, автор пособия «Изучение функций в курсе математики восьмилетней школы», [27] пишет: введение понятия функции необходимо начать с рассмотрения вопроса о функциях. Приводятся примеры зависимости. Автор определяет функцию через функции, которые заданы различными видами. Правило соответствия между двумя разными величинами может быть записано в виде формулы. Изобразить это можно с помощью таблицы или графика.

Е.И. Лященко полагает, что при формировании определения функции необходимо постоянно обращать внимание на различия и общность понятий функция и ее числовое значение. Разбирая примеры для введения определения функции в группе примеров, автор считает важным обратить внимание учащихся на два существенных момента: сущность самого правила и область определения функции.

Первое правило известно учащимся, так как они на протяжении всего курса математики занимались установлением соответствия между элементами множества: решая задачи с помощью плана или числа, устанавливали соответствие данных и неизвестных величин. Чтобы построить график, необходимо установить соответствие между значениями двух переменных. Чтобы получить таблицу соответствия между двумя величинами, нужно было составить таблицу [27, С. 50 – 51].

Функция, которая была введена в определение функции, имеет большую определенность и конкретность. Е.И Лященко считает, что для учащихся важно понять, что все это не разные задачи, а разные формы выражения. Соответствия элементов множеств. Далее учитель должен обратить внимание учеников на то, что они должны сделать. Место для определения функций. А также в соответствии с правилами (формула, график, таблицы). В этом автор видит преимущество для учащихся. Лященко отмечает, что в процессе обучения возникают трудности при определении области определения значений функции, заданной аналитически, поэтому автор рекомендует уделять им больше внимания. Нужно рассматривать и примеры установления области значения функции, заданной графиком или таблицей. [27, С. 54].

# Следовательно, существует две различные методики определения функции: одна из них – это генетическая, а вторая – логическая. Для современного школьного курса математики в результате долгих поисков ведущим стал генетический подход к понятию функции. Функция в школьных учебниках алгебры, 7-9 классов, трактуется как функциональная зависимость. Применяется переменная величина, или это определяется через множества имеют соответствие между собой. Подход к определению функций следует рассматривать в контексте известных учащимся. Какова же зависимость нашего мира от других? Здесь необходимо сразу же отметить, что функция может быть задана разными способами: формулой, таблицей, графиком. Вместе с этим, формировать понятие функции у школьников необходимо совместно с ее формированием. Необходимо научить учащихся определять область определения функции не только по ее аналитической записи, но также и в тех случаях, если функция задана графиком или таблицей.

Когда учащиеся получают общее представление о числовых функциях, они переходят к изучению конкретных функций. Она рассматривается в начале. Линии функции - математическая модель описания реальных процессов. Учащиеся впервые изучают графики определенных типов функций, и поэтому им необходимо показать важность изучаемого материала с использованием практических примеров линейных зависимостей величин, известных им из математики или других предметов.

На основе этого Ю.М. Колягин считает, что изучение конкретных функций полезно проводить по следующей методической схеме:

1. В данном случае, необходимо рассмотреть конкретные ситуации (или задачи), которые приводят к данной функции. На этом этапе школьники могут быть уверены, что они должны изучать эту функцию для практики или необходимости дальнейшего развития теории.
2. Разработать определение этой функции и записать функцию формулой, провести исследование параметров. Здесь учащиеся получат четкое представление о данной функции и ее характеристических свойствах, которые выделяют ее из множества других.
3. Школьникам необходимо объяснить график работы этой программы и рассказать о ее работе. На этом этапе учащиеся обучаются изображать изучаемую функцию графически, отличать данную функцию от других функций графика и устанавливать влияние параметров на графическое изображение функции. В дальнейшем они будут учиться определять параметры для графического изображения функции.
4. Исследовать функции основных свойств на основные свойства: область определения и значений, увеличение и уменьшение, нули или экстремумы, четность или нечетность (или отсутствие этих свойств), периодичность, ограниченность и непрерывность. Сначала основные характеристики функций, ее графика, то есть на основе наглядных соображений и лишь немногие обоснованы аналитически. Это не так. По мере освоения соответствующей теории список свойств, подлежащих рассмотрению постепенно увеличивается.
5. Использование изученных свойств функций для решения различных задач, например уравнений и неравенств. Он является этапом закрепления основных понятий и теоретических положений, относящихся к изучаемой функции; а также этапов формирования соответствующих умений или навыков.

Учебники алгебры в целом соответствуют этой схеме. Изложение темы «Линейная функция» в учебниках Ю.Н Макарычева базового и углубленного уровней не имеет особых отличий, кроме того что на базовом уровне изучение этой теме занимает 8 часов, а углубленное - 5 минут.

Изучение линейной функции в современных учебниках алгебры показало, что во время начала изучения этой темы в современном учебнике алгебры имеются разночтения. В современной школе математики есть различия по времени начала изучения линейного уравнения с двумя переменными и линейной функции (дедуктивный или индуктивный подход), а также относительно взаимосвязи линейного уравнения с двумя переменными и графика линейной функции. На изучение линейных функций отводится 5 до 13 часов.

На основе всего сказанного, можно сделать следующие выводы:

* Были выявлены основные цели и задачи обучения функциональной лини в курсе математики основной школы. Согласно определению в процессе изучения функций у учащихся формируется целостное представление об окружающем мире, опыт использования функций в повседневной жизни; знание, умение и навыки применения понятийного аппарата для описания функциональной линии математики или других наук.
* Исследованы основные понятия и задачи функциональной линии в учебниках алгебраической основной школы. Принято считать, что в большинстве учебников 7 класса основной функцией является линейная функция. В большинстве этих учебниках основная задача - это изучение линейной функции.
* Существуют различные подходы к определению понятия. Раскрыто понятие «Функция» в школьном курсе математики, а также методика введения этого понятия. Показано, что есть две различные методики определения функции: генетическая и логистическая. На сегодняшний день в современном школьном курсе математики, благодаря долгой работе ведущего и многолетних поисков, был принят генетический подход к понятию функции. По школьной программе алгебра 7-9 класс она трактуется как зависимость. Функция - как переменная величина или определяется через соответствие двух множеств. Понятие функции следует ввести с рассмотрения известных учащимся зависимостей окружающего мира. Поэтому следует сразу заметить, что функции могут быть заданы различными способами: формулами и описаниями функций или графиками. Обозначить область определения и сформировать понятие функции у учащихся необходимо совместно с ее областью определения. Важно научить учащихся искать область определения функции не только по аналитической записи, но и в тех случаях, когда функция задана графиком или таблицей.
* Выявлены методические особенности обучения учащихся линейной функции. Для того чтобы изучить ее, необходимо разработать определенную методику. Установлено, что основное внимание при обучении школьников линейной функции должно быть уделено графику данной функции, расположению графика линейных функций в координатной плоскости в зависимости от знаков коэффициентов и взаимному расположению графиков линейных функций. Исследования свойств функции необходимо начать в 7 классе с графического метода, чтобы лучше показать свойства функций. Учащимся рекомендуется решать с учащимися задачи практического содержания, задач на графический способ решения систем линейных уравнений с двумя неизвестными и текстовые задачи для решения систем уравнений.

**ГЛАВА 2. Опытно-экспериментальное исследование по реализации элективного курса «Линейная функция» и его результаты.**

**2.1. Разработка элективного курса «Линейная функция» для 7 класса**

Понятие функции – достаточно сложное понятие. Поэтому успешно овладеть им учащиеся могут только в результате длительного накопления конкретных представлений и фактов на пропедевтическом этапе. Основная задача этого этапа состоит в раскрытии содержания понятия функции без введения соответствующих терминов и формальных определений, формулируются представления о таких понятиях, как:

* множество, числовое выражение, переменная, выражение с переменной, зависимая и независимая переменная;
* числовое значение функции;
* область определения, множество значений функции;
* способы задания функции;
* формирование представлений о функциональной зависимости между величинами.

Решение этой задачи осуществляется с помощью упражнений функционального характера. Требования к системе заданий:

* полнота, которая позволит раскрыть содержание, вышеперечисленных понятий;
* доступность для учащихся (упражнения не ведут к глубоким обобщениям, а служат лишь для опыта владения функциональной терминологией).

К функциональным можно отнести упражнения следующего типа:

* найти значение выражения с переменной при заданных значениях переменной;
* записать результаты вычислений в виде таблицы;
* геометрическая интерпретация чисел на числовой прямой, на координатной плоскости;
* построить и «прочитать» график;
* составить формулу по условию задачи и наоборот.

При работе с таким типом упражнений, учитель должен не только контролировать правильность выполнения, но и раскрыть их функциональный смысл, потому что сами учащиеся это пока сделать не могут. Необходимо развивать речевую деятельность учащихся, чтобы функциональные понятия начали активно работать.

Оптимальным решением этой проблемы является внедрение элективного курса в школьную программу по математике для учащихся 7 класса.

Элективный курс – это дополнительные обучающие занятия по выбору. «Электив» (англ. elective) – означает выборный, факультативный. Элективный курс — курс, который предлагается учащимся для улучшения их знаний и навыков. Он может преподаваться в любой области. Обычно они предлагаются в дополнение к стандартной программе для дополнительного развития учащихся. Элективный курс может быть предложен учащимся на любом уровне образования, включая начальную школу, среднюю школу и высшее образование. Данные курсы в образовательном процессе появились для удовлетворения индивидуальных образовательных процессов, склонностей, потребностей каждого учащегося. Помимо этого, они способны расширить возможности и на базовом, и на профильном курсе.

Функции, которые выполняют элективные курсы:

* создают условия и дают возможность ученику самому выбрать направление, исходя из личных предпочтений;
* позволяют расширить содержание какого-либо базового курса, изучение которого осуществляется на минимальном общеобразовательном уровне;
* способствуют удовлетворению познавательных интересов в различных областях деятельности человека.

Основная цель элективного курса в школе — это расширить знания учащихся и помочь им получить более глубокое понимание предмета. Элективный курс может помочь учащимся развить их критическое мышление, улучшить их аналитические способности, а также предоставить им возможность проявить творческое мышление. Элективный курс также может помочь учащимся получить более глубокое понимание предмета и приобрести навыки для дальнейшего успешного обучения.

В данном случае элективный курс является пропедевтическим этапом изучения темы «Функция». Вообще пропедевтика – это подготовительный этап, который представляет собой введение в какой-либо учебный предмет или конкретную тему. Как правило, он отличается простой формой изложения. Введение такого курса необходимо, когда возникают некоторые сложности в формировании определенных понятий или случае, когда на тему отводится недостаточное количество часов.

Очевидно, что одним из важнейших условий осуществления опосредованной пропедевтической работы является идейная стройность школьного курса математики, наличие логической связи между элементарной и высшей математикой.

По мнению многих ученых проблема логической цельности школьного курса математики является одной из самых древних и неразрешимых проблем в истории человечества. В начале 19 веке была создана международная традиционная система образования, которая отличалась оторванностью от высшей математики и вообще математической науки. Она состояла из 4 учебных предметов: алгебра, геометрия тригонометрия; существующих самостоятельно и независимо друг от друга. Прогрессивные математики и педагоги во многих странах мира критикуют данную систему обучения, а также с позитивными предложениями по реформированию математического образования. Выступивший в 1897 году на I Международном конгрессе математиков Феликс Клейн высказал мысль о том, что в математике средней школы «функциональная идея» должна быть центральной: В школьном курсе математики главную роль играет понятие функции. Педагогический курс математики должен включать понятие функции. Ему следует стать частью учебного процесса в раннем возрасте и пройти через все преподавание алгебры, геометрии и физики.

Определение функциональной зависимости является одним из основных в математической науке, поэтому формирование понятия функциональной зависимости - важная задача для учителя по развитию математического мышления и творческой активности детей. Развитие функциональной мысли включает в себя развитие способности к обнаружению новых связей и освоение общих учебных приемов обучения.

Педагоги должны заранее и постепенно подготовить учеников к сознательному усвоению идеи функциональной зависимости, понятий функции или уравнения в VII-XIX классах школы. В процессе обучения функциональной зависимости формируется мышление, и формируются интеллектуальные качества личности. Такие задачи ставятся перед учащимися. На этапе подготовки должны использоваться разнообразные упражнения, которые не направлены на обобщение, но доступны ученикам младших классов и могут служить для накопления опыта. Этот опыт поможет им сформировать у них необходимые представления, которые будут способствовать образованию соответствующих понятий на конкретной числовой и графической основе. Эта группа упражнений должна помочь учащимся понять, что рассматриваемое ими одно из этих выражений может иметь различные значения в зависимости от числовых значений букв. Такие упражнения помогут учащимся лучше понять разные способы выражения функциональных зависимостей.

В начальном курсе математики есть достаточно примеров, на которых можно объяснить зависимость одной величины от другой. Эти задачи включают в себя: оптимизационные и комбинаторные задачи, оптимизации или решения уравнений. Также к ним относятся следующие виды задач - это задачи на составление уравнения с помощью таблиц числовой оси и координатной плоскости.

В школе при изучении математики и физики, особое внимание уделяется числовым функциям. Именно поэтому математика тесно связана с естественными науками, в частности с физикой, для которой аппарат функций является средством количественного описания свойств и явлений, их взаимосвязей.

Учащиеся с трудом воспринимают понятие функции, поскольку в математике и начале алгебры они привыкли рассматривать только постоянные величины (в условии данной задачи).

С помощью функциональной пропедевтики можно облегчить процесс перехода к изучению переменных величин. Предоставленная пропедевтика предполагает постепенную функциональную подготовку, не требующую специальных терминов или символов; дать ученикам упражнения для формирования понятия переменной величины и взаимосвязи между величинами. Для этой цели используется материал школьных учебников. Реальные возможности пропедевтики имеются и должны быть использованы учителем в обучении школьников.

Элективный курс «Линейная функция»

Пояснительная записка

Программа элективного курса «Линейная функция» составлена на основе

* федерального компонента государственного образовательного стандарта основного общего образования;
* Мордкович, А.Г. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 2 [37].

Элективный курс разработан для учащихся 7-х классов. Он предназначен для изучения одной из важнейших тем в школьном курсе математики «Функция».

Простое запоминание формул, алгоритмов решения задач и научных фактов недостаточно для качественного усвоения школьных математических дисциплин. Данный курс поможет учащимся выполнять построение графиков и уметь извлекать информацию по готовым графикам. Умение строить и преобразовывать графики функций применяются на уроках математики при изучении свойств функции.

Важно формировать у учащихся способности видеть графическое представление о функции, применять графический метод для решения задач, и не только математических. Способности построения графиков функций используются на уроках математики при изучении свойств функций, решении уравнений и систем уравнениях. Уроки математике требуют развития у учащихся способности видеть графическое представление функции и применять графический метод для решения различных учебных задач, в том числе и нематематических. Этот курс направлен на развитие у учащихся умения последовательного и логического мышления в незнакомой ситуации.

Целью предполагаемого курса является обучение школьников построению графиков линейных функций и определению с их помощью свойств функций, а также составление задач, связанных с различными преобразованиями. Полученные знания и навыки помогут им и на уроках физики при изучении темы «Равномерное движение».

Место курса в учебном плане

Рабочая программа элективного курса составлена на 8 часов, 1 час в неделю в течении I четверти (таблица 3).

Таблица 3

Тематическое планирование

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  п/п | Тема | Количество часов |
| 1 | Координатная плоскость | 3 |
| 2 | Чтение графиков | 2 |
| 3 | Линейная функция и ее график | 3 |

Примеры задач, которые использовались в элективном курсе, представлены в приложении 1.

**2.2.Экспериментальная проверка полученных результатов.**

Педагогический эксперимент проводился на базе МОУ «Киби-Жикьинской ООШ». В эксперименте приняли участие учащиеся 7 классов в составе 30 человек, в течение 2022-2023 учебного года.

Цель опытно-экспериментальной работы: проверить эффективность разработанной системы упражнений по теме «Линейная функция» на уроках физики при изучении равномерного движения.

Задачи исследования:

* 1. провести формирующий этап опытно-экспериментальной работы в экспериментальной группе по формированию умений и навыков при решении упражнений по теме «Линейная функция»
  2. провести контрольный этап опытно-экспериментальной работы, диагностику по выявлению динамики уровня сформированности умений и навыков на учащихся 7 «а» и 7 «б» классов.
  3. Проанализировать полученные результаты.

План проведения педагогического эксперимента включает в себя три этапа: констатирующий, формирующий и контрольный.

Констатирующий этап

На данном этапе эксперимента проанализированы исходные знания учащихся на основании итоговых контрольных работ за предыдущий учебный год. Констатирующий этап проходил в сентябре 2022 года. Результаты представлены в таблице 4.

На основании данных в таблице можно сделать вывод, что выбранные классы примерно одного уровня.

**Таблица 4**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Уровень   знаний/умений | 7  «А»  класс  15  учащихся | | 7 «Б»  класс  15  учащихся | |
| Абсолютное число | % | Абсолютное число | % |
| Высокий | 1 |  | 3 |  |
| Средний | 7 |  | 7 |  |
| Низкий | 7 |  | 5 |  |

Формирующий этап

На данном этапе в экспериментальной группе был проведен элективный курс по алгебре для 7 класса «Линейная функция». Он проходил на протяжении I четверти, один раз в неделю. В данном курсе учащиеся знакомятся с понятием функция, в частности рассматривается линейная функция, учатся читать графики и строить самостоятельно по заданной функции. Задачи представлены в приложении.

Контрольный этап

На контрольном этапе провелась проверка усвоения учащимися умений и навыков. Данная проверка проводилась на уроке физики, после изучения темы «Равномерное движение» Учащимся 7 «а» и 7 «б» была предложения диагностическая работа (см. приложение 2). Результаты диагностической работы представлены в таблице 5.

**Таблица 5**

**Сравнительный анализ результатов выполненных заданий учащимися 7 «А» и 7 «Б» (экспериментальная группа)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Порядковый номер задания | 7 «А» класс  15 учащихся | | 7 «Б» класс  15 учащихся | |
| Абсолютное число | % | Абсолютное число | % |
| 1 задание | 10 | 67 | 15 | 100 |
| 2 задание | 7 | 60 | 11 | 73 |
| 3 задание | 8 | 53 | 13 | 87 |
| 4 задание | 6 | 53 | 9 | 80 |
| 5 задание | 9 | 60 | 10 | 67 |
| 6 задание | 7 | 47 | 11 | 73 |
| 7 задание | 6 | 73 | 8 | 93 |
| 8 задание | 5 | 67 | 7 | 87 |

На основании  полученных  данных можно  сделать  вывод о том,  что  экспериментальный класс 7 «Б» значительно лучше справился  с  диагностической  работой по сравнению  с 7 «А»  классом,  у  которого  не проводилось  занятий по данной теме. Это наглядно видно и на диаграмме (рис.1).

По результатам исследования можно выделить три уровня оценивания данной работы (таблица 6).

Высокий: учащиеся выполнили правильно 7-8 заданий.

Средний: учащиеся выполнили правильно 6-7заданий.

Низкий: учащиеся выполнили 4-5 заданий или меньше.

**Таблица 6**

**Сравнительный**  **анализ**  **уровн я**  **знаний**  **и умений**  **обучающихся 7 «А» и 7 «Б»**  **класса**  **(экспериментального**  **класса).** 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Уровень   знаний/умений | 7  «А»  класс  15  учащихся | | 7 «Б»  класс  15  учащихся | |
| Абсолютное число | % | Абсолютное число | % |
| Высокий | 1 | 0 | 3 | 67 |
| Средний | 7 | 40 | 7 | 33 |
| Низкий | 7 | 60 | 5 | 0 |

Рис.1

Можно сделать вывод о том, что элективный курс по теме «Линейная функция» помогает учащимся на более качественном уровне овладевать знаниями по теме «Равномерное движение».

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Результаты, полученные в выпускной квалификационной работе, позволяют сделать следующие выводы.

1. Структура изучения функциональной линии в школьном курсе математики не учитывает всех особенностей обучения других школьных дисциплин.
2. Определены основные цели и задачи изучения функциональной линии в школьном курсе математики. Выявлено, что при изучении функции. В результате изучения функций учащиеся получают целостное представление об окружающем мире и взаимосвязи его компонентов, а также навыки использования функций в повседневной жизни. Знания, умения, навыки, связанные с использованием понятий функциональной линии применяются не только в математике, но и других науках.
3. Проведен анализ содержания учебников алгебры основной школы. В большинстве случаев основной изучаемой функцией в 7 классе является линейная функция.
4. Выделены и охарактеризованы подходы разных авторов к определению понятия «функция» в школьном курсе алгебры. Определены методические особенности введения этого понятия. Согласно определению существует две различные методические трактовки понятия функции: генетическая и логическая. В современной системе математического образования используется генетический подход. В учебниках по алгебре 7-9 классов она трактуется как зависимость, как переменная или определяется через соответствие двух множеств. Целесообразно введение понятия функции, рассматривая зависимости окружающего нас мира.
5. Выявлены методические особенности обучения школьников линейной функции. Сделан вывод о том, что изучение конкретных функций целесообразно осуществлять в соответствии с определенной методической схемой. При обучении линейных функций особое внимание следует уделять графику функции, его расположению в системе координат. Поэтому для закрепления понятия линейной функции и ее свойств рекомендуется решать с учащимися задачи практического направления.
6. В ходе исследования установлено, что при обучении функциям в курсе алгебры основной школы рекомендуется подкреплять графическими примерами функции, основные понятия. Материал должен быть наглядным. При изучении функциональной линии на уроках алгебры необходимо установить связь с жизненными представлениями учащихся, а также учитывать взаимосвязь с другими предметами.
7. Разработан элективный курс по теме «Линейная функция». Он включает в себя задачи, позволяющие освоить базовые понятия и навыки, которые помогут учащимся в освоении материала по физике «Равномерное движение».

**Литература**

1. Аликулов, С. Методические основы развития общетехнических знаний умений учащихся посредством межпредметных связей: дис. канд. пед. наук. – Ташкент: Пед. ун-т им. Низами, 2008. – 148 с.
2. Антонова, И.В. Дифференцированная работа учителя математики при формировании понятия функции в курсе алгебры основной школы [Текст]: дис. канд. пед. наук./ И.В. Антонова. – Тольятти, 2003. – 185 с.
3. Блинова, Т.Л. Подход к определению понятия «Межпредметные связи в процессе обучения» с позиции ФГОС СОО // Педагогическое мастерство (III): материалы междунар. науч. конф. (г. Москва, июнь 2013 г.). – М.: Буки-Веди, 2013. – с. 65-66.
4. Блох, А.Я. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика [Текст]: учебное пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат.спец. / А.Я. Блох, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев и др.; Сост. В.И. Ми- шин. – М.: Просвещение, 1987. – 416 с.
5. Бурмистрова, Т.А. Алгебра. Сборник рабочих программ. 7 – 9 классы [Текст]: пособие для учителей общеобразовательных организация/ Т.А. Бурмистрова. – 2-е изд., доп. – М.: Просвещение, 2014. – 96 с.
6. Виленкин, Н.Я. Алгебра [Текст]: учебник для учащихся 9 класса с углубленным изучением математики / Н.Я. Виленкин, Г.С. Сурвилло, А.С. Симонов, А.И. Кудрявцев. – 7-е изд. – М.: Просвещение, 2006. – 368 с.
7. Виленкин, Н.Я. Как возникло и развивалось понятие функции/ Н.Я. Виленкин // Квант, 1977. - № 7. – С. 41 – 45.
8. Виленкин, Н.Я. Функции в природе и технике [Текст]: книга для внеклас. чтения IX – X кл./ Н.Я. Виленкин. – 2-е изд., испр. – М.: ПРосвещение, 1985. – 192 с.
9. Виноградова, Л.В. Методика преподавания математики в средней школе [Текст]: учеб. пособие / Л.В. Виноградова. – Ростов н/Д.: Феникс, 2005. – 252 с.
10. Власова, Е.В. Еще раз об изучении функции в средней школе / Е.В. Власова // Математика в школе, 2002. - № 6. – С. 53 – 57.
11. Волков, В.А, Московкина Е.Г. сборник задач по физике:7-9 классы/В.А. Волков, Е.Г. Московкина.-М.: ВАКО, 2011.-176 с.
12. Генденштейн, Л.Э, Физика 7 класс. В 2 ч. Ч. 1 : учебник для общеобразовательных учреждений/ Л.Э Генденштейн, А.Б.Кайдалов; под ред. В.А. Орлова, И.И. Ройзена.-3-е изд., испр.-М.:Мнемозина, 2012.-255 с.
13. Глейзер, Г.И. История математики в школе IV – VI кл. [Текст]: пособие для учителей/ Г.И. Глейзер. – М.: Просвещение, 1981. – 239 с.
14. Глейзер, Г.И. История математики в школе IX – X кл. [Текст]: пособие для учителей/ Г.И. Глейзер. – М.: Просвещение, 1983. – 351 с.
15. Горина, Л.А. О развивающем потенциале функционально- графической линии в курсе алгебры основной школы/ Л.А. Горина // Математика в школе. – 2011. - № 2. – С. 69 – 73.
16. Громова, Е.В. Обучение понятию функции в основной школе с помощью компьютерных технологий/ Е.В. Громова, И.С. Сафуанов // Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». – 2013. – № 1(25). - С. 91-99.
17. Гурьев, И.И. Межпредметные связи в системе современного образования / И.И. Гурьев. ‒ М.: Владос, 2002. ‒ 632 с
18. Дорофеев, Г.В. Алгебра. 7 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций/ Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 287 с.
19. Дорофеев, Г.В. Алгебра. 8 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций/Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 320 с.
20. Дорофеев, Г.В. Алгебра. 9 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций/Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 304 с.
21. Епифанова, Н.М. Методика обучения алгебре основной школы [Текст]: учебно-методическое пособие/ Н.М. Епифанова, О.П. Шарова. – Ярославль: изд-во ЯГПУ имени К.Д. Ушинского, 2006. – 83 с.
22. Зверев, И.Д. Межпредметные связи в современной школе / И.Д. Зверев, В.Н. Максимова. – Москва : Педагогика, 1981. – 160 с.
23. Коменский, Я. А. Избранные педагогические сочинения/ Я.А. Коменский -М.: Просвещение.- 1955.-656 с.
24. Кулагин, П.Г. Межпредметные связи в процессе обучения. М: Просвещение, 1981. - 96 с.

Лошкарева, Н. А. О понятии и видах межпредметных связей / Н.А. Лошкарева // Советская педагогика. ‒ 1972. ‒ № 6(53). ‒ 165 с.

1. Лукашик В.И. Сборник задач по физике. 7-9 классы: пособие для учащихся общеобразоват. учреждений/ В.И. Лукашик. Е.В.- 25-е изд.-М.: Просвещение, 2011.-240 с.
2. Лямина, В.З. Интегрированные уроки – одно из средств, привития интереса к учебным предметам/ В.З. Лямина// Наука и школа.-1995.-№11.- С.21-25.
3. Лященко, Е.И. Изучение функций в курсе математики восьмилетней школы/ Е.И. Лященко. – Минск: Научно-исследовательский институт педаго гики министерства просвещения БССР, 1970. – 176 с.
4. Макарычев, Ю.Н. Алгебра 7 класс [Текст]: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. – 13-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013. – 336 с.
5. Макарычев, Ю.Н. Алгебра 8 класс [Текст]: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. – 10-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2010. – 384 с.
6. Макарычев, Ю.Н. Алгебра 9 класс [Текст]: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. – 7-е изд., испр. и доп. – М.: Мнемозина, 2008. – 447 с.
7. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 7 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2013. – 256 с.
8. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 8 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2013. – 287 с.
9. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. 9 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – 18-е изд. - М.: Просвещение, 2011. – 271 с.
10. Макарычев, Ю.Н. Изучение алгебры в 7 – 9 классах [Текст]: пособие для учителей / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, С.Б. Суворова, И.С. Шлыкова. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2011. – 304 с.
11. Максимова, В.Н. Межпредметные связи в процессе обучения / [В.Н. Максимова](http://lib.mgppu.ru/opacunicode/app/webroot/index.php?url=/auteurs/view/6072/source:default). – Москва: Просвещение, 1988. – 192 с.
12. Мордкович, А.Г. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 1 [Текст]: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович. – 17-е изд., доп. – М.: Мнемозина, 2013. – 175 с.
13. Мордкович, А.Г. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 2 [Текст]: задачник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, Л.А. Александрова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская. – 17-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013. – 271 с.
14. Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 класс [Текст]: методическое пособие для учителя / А.Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2010. – 77 с.
15. Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 1 [Текст]: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович. – 12-е изд., доп. – М.: Мнемозина, 2010. – 215 с.
16. Мордкович, А.Г. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 2 [Текст]: задачник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, Л.А. Александрова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская. – 12-е изд., испр. и доп. – М.: Мнемозина, 2010. – 271 с.
17. Мордкович, А.Г. Алгебра. 9 класс [Текст]: методическое пособие для учителя / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2010. – 72 с.
18. Мордкович, А.Г. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 1 [Текст]: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – 12-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2010. – 224 с.
19. Муравин, Г.К. Алгебра. 7 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.К. Муравин, К.С. Муравин, О.В. Муравина. – 9-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2013. – 285 с.
20. Муравин, Г.К. Алгебра. 8 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.К. Муравин, К.С. Муравин, О.В. Муравина. – 15-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2013. – 254 с.
21. Муравин, Г.К. Алгебра. 9 класс [Текст]: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.К. Муравин, К.С. Муравин, О.В. Муравина. – 14-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2014. – 315 с.
22. Одоевский, В. Ф. Избранные педагогические сочинения, -М.. Учпедгиз, 1955.- 365с.

Педагогика: Большая современная энциклопедия/ Е.С. Рапацевич.- М.: Современное слово, 2005.-720с.

1. Перышкин, А.В. Физика 7 кл.: учеб.для общеобразоват. учреждений/ А.В. Перышкин.-2-е изд., стереотип. – М.: Дрофа,2013.-221с.
2. Песков, Т.А. Об изучении функций в средней школе/ Т.А. Песков // Математика в школе, 1951. № 5. – С. 52 – 56.
3. Песталоцци, И. Г. Избранные произведения, т.2. -М., 1963.- 216 с.
4. Покровский, В.П. Методика обучения математике: функциональная содержательно-методическая линия [Текст]: учеб.-метод. Пособие/ В.П. Покровский – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2014. – 143 с.
5. Российская педагогическая энциклопедия; в 2т.М.: Изд. Большая Российская энциклопедия.
6. Светловская, Н.Н. Об интеграции как методическом явлении/ Н.Н. Светловская // Наука и школа.-1990.- №11.- С.57-60.
7. Синяков, А.П. Дидактический подход к определению понятия «Межпредметные связи»/ А.П. Синяков// Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена.- 2009.- №113.- с.197-200.
8. Стефанова, Н.Л. Методика и технология обучения математики. Курс лекций [Текст]: пособие для вузов/ Н.Л. Стефанова, Н.С. Подходова, В.В. Орлов и др. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.
9. Ушинский, К. Д. Сочинения, т. 8.,/ К.Д. Ушинский М-Л., АПН РСФСР, 1948-1952.-776 с.
10. Федеральный государственный образовательный стандарт – ФГОС ОО – [Режим доступа] <http://standart.edu.ru/>
11. Хасанов А. А., Маматкаримов К. З. Межпредметные связи как дидактическое условие повышения эффективности учебного процесса// Молодой ученый. — 2016. — №20. — С. 738-741.
12. Цукарь, А.Я. Изучение функций в VII классе с помощью средств образного характера / А.Я. Цукарь // Математика в школе, 2000. - № 14. – С. 20-27.

**Приложение 1**

**Задачи**

1. **Координатная плоскость**

**1) Постройте геометрическую фигуру по координатам ее вершин:**

а) A(-4;3), B(2;-1), C(-1;-1);

б) K(-2;3), L(3;3), M(3;-2), N(-2;2);

в) K(3;-4), B(-2;0), C(0;5);

г) F(0;4), E(5;0), G(0;-4), H(-5;0).

**2) Постройте прямую, удовлетворяющую уравнению:**

а) x=2;

б) y=1;

в) y=5;

г) x=3.

**3) Найдите координаты точек, изображенных на рис.1:**

а) A, C, M, S;

б) R,D, K,Q;

в) P, Y, B, F;

г) E, N, X, Z.

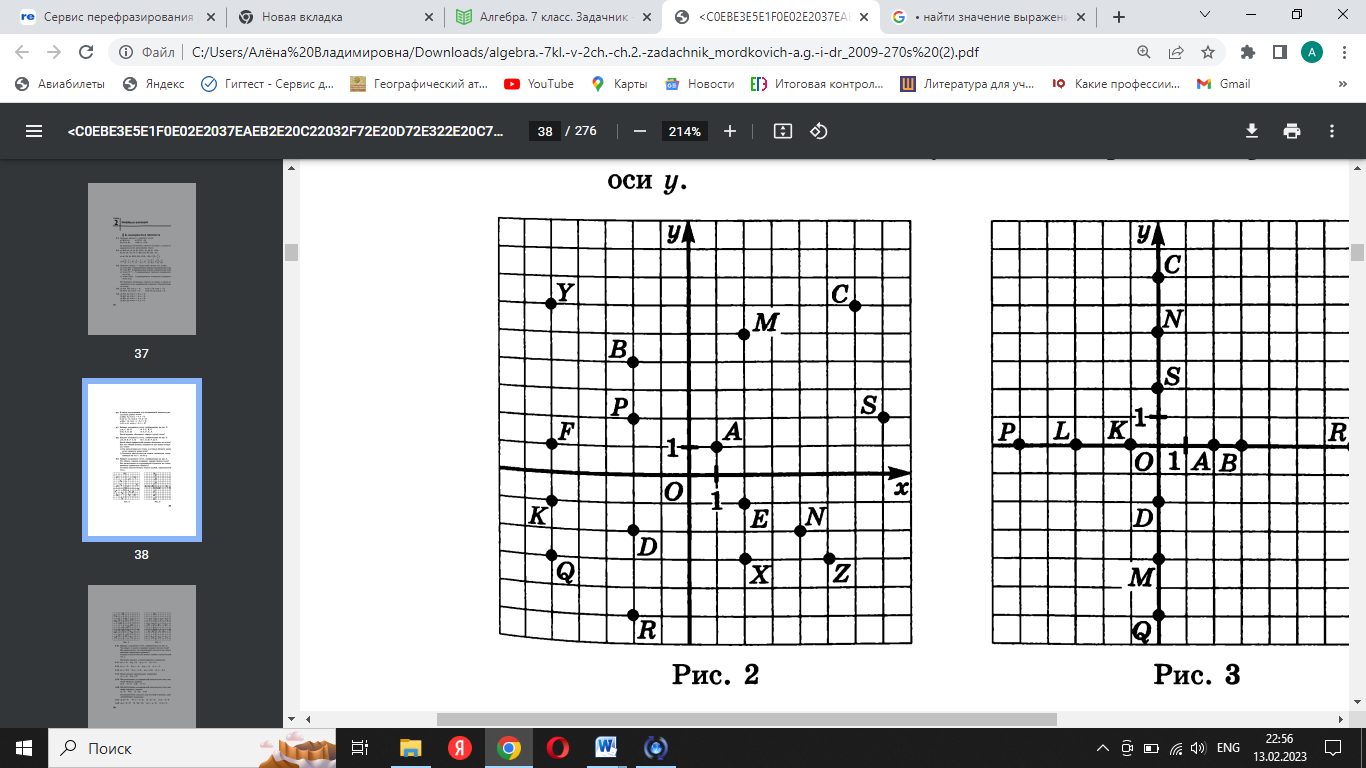
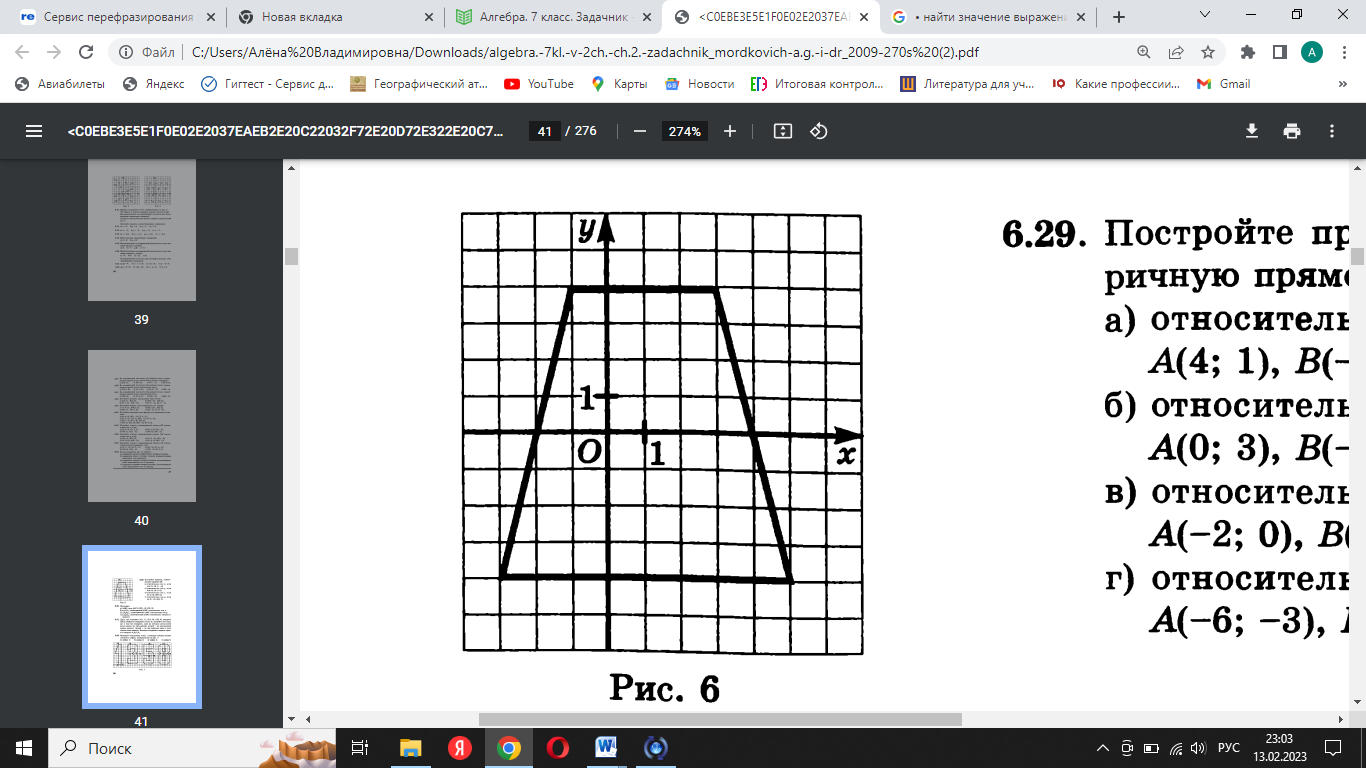
 

Рис.1 Рис.2

**4)** **Воспользовавшись, рис. 2, найдите**

а) координаты вершин изображенного четырехугольника;

б) координаты точек, в которых стороны четырехугольника;

в) координаты вершин четырехугольника, расположенного выше нарисованного на 4 единицы;

г) координаты вершин четырехугольника, расположенного левее нарисованного на 3 единицы

**5)Запишите координаты точек, с помощью которых можно построить цифры, изображенные на рис.3**

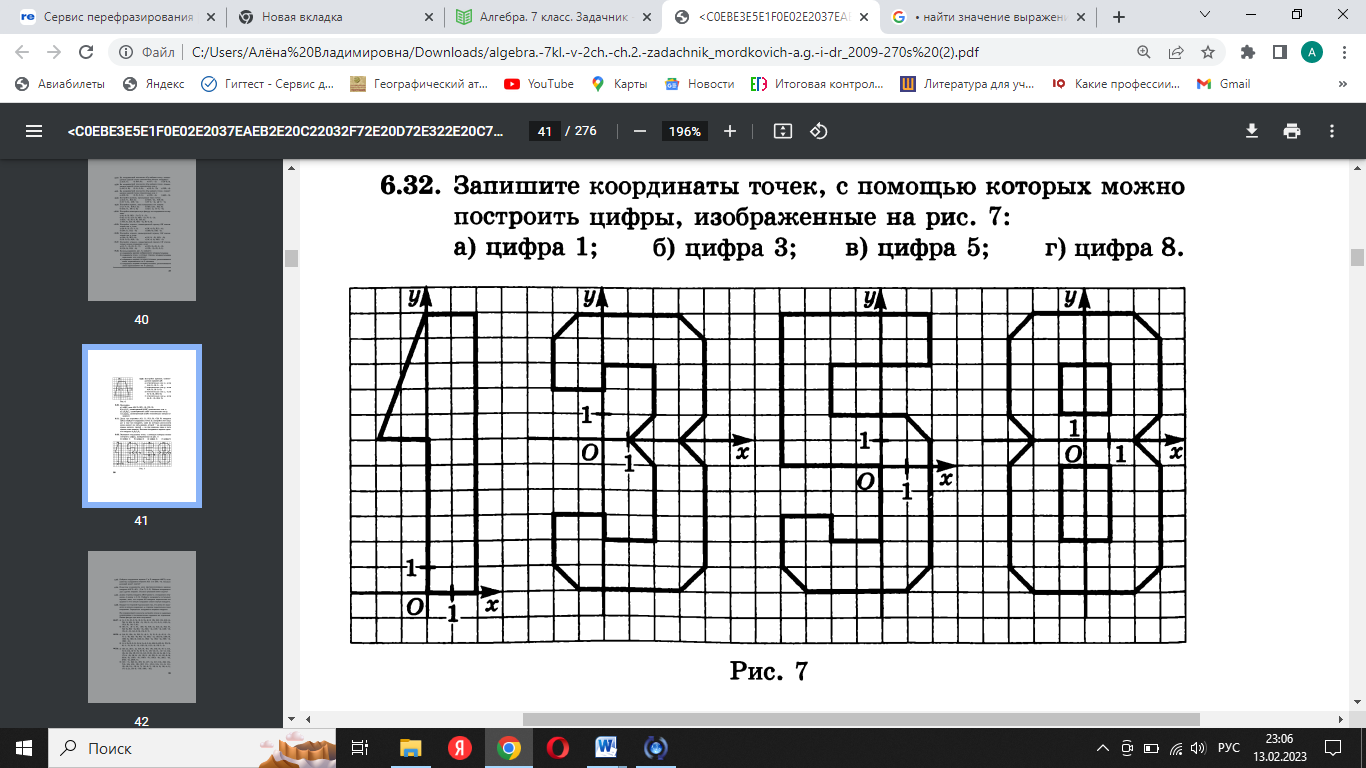


Рис.3

1. **Чтение графиков**
2. На графике (рис.4) изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты местности над уровнем моря (в километрах). На сколько миллиметров ртутного столба атмосферное давление на высоте Эвереста ниже атмосферного давления на высоте Белухи?

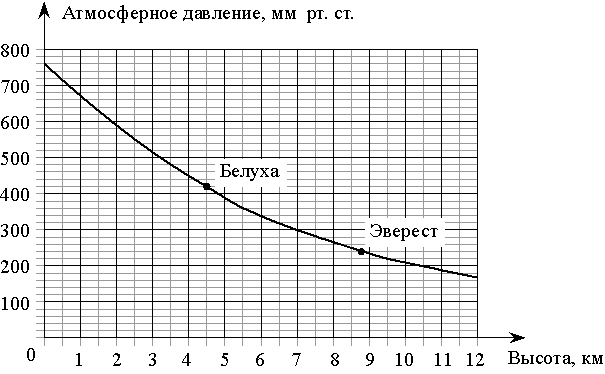


Рис.4

1. На рис. 5 показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время (в часах), на оси ординат — пройденный путь (в километрах). Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в км/ч.

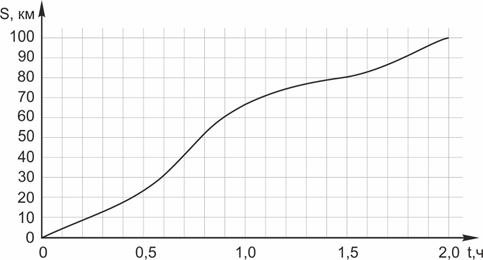
[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/08/2-6.png)

Рис.5

1. На рис.6 показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха  23 января.

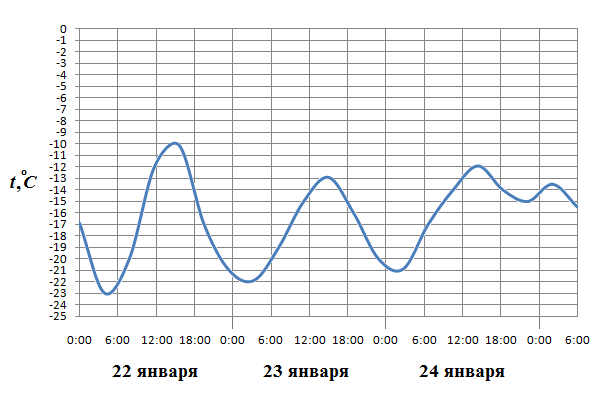


Рис.6

1. На рис. 7 жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3  по  15 февраля  1999 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода не выпадало осадков.

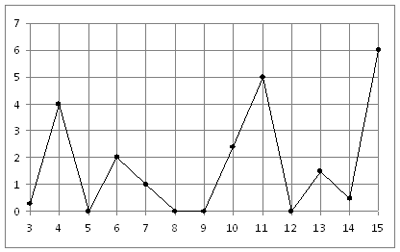


Рис.7

1. На рис. 8 изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в километрах) давление составит 540 миллиметров ртутного столба?

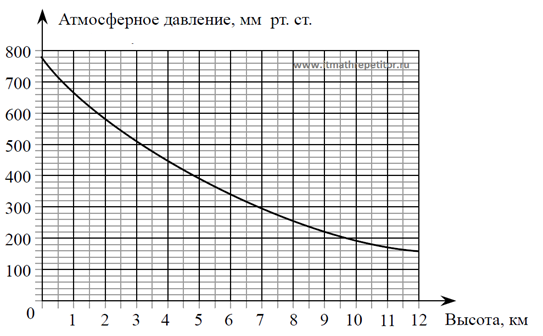


Рис.8

1. **Линейная функция и ее график**

**1) Назовите коэффициенты линейной функции**

а)

б)

в)

г).

**2) Преобразуйте уравнение к виду линейной функции и выпишите коэффициенты и:**

а) ;

б);

в) ;

г);

**3) Преобразуйте линейное уравнение с двумя переменными x и y к виду и выпишите коэффициенты и:**

а);

б) ;

в)

г)

1. **Заполните таблицу и постройте график:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **0** | **2** |
|  |  |  |

**а) ,**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **0** | **-1** |
|  |  |  |

**б)** **,**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **0** | **-2** |
|  |  |  |

**в),**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **0** | **3** |
|  |  |  |

**г)** **,**

**Приложение 2**

**Диагностическая работа**

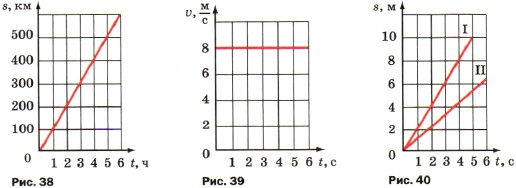
1. На рисунке 1 показан график зависимости пути равномерного движения тела от времени (s — ось пройденного пути, t — ось времени). По этому графику найдите, чему равен путь, пройденный телом за 2 ч. Затем рассчитайте скорость тела.

Рис.1

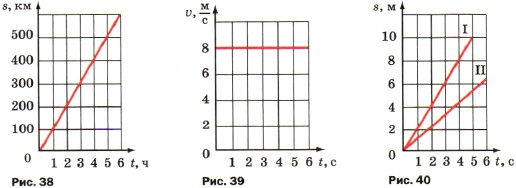
1. График зависимости скорости равномерного движения тела от времени представлен на рисунке 2. По этому графику определите скорость движения тела. Рассчитайте путь, который пройдёт тело за 2 ч, 4 ч.

Рис.2

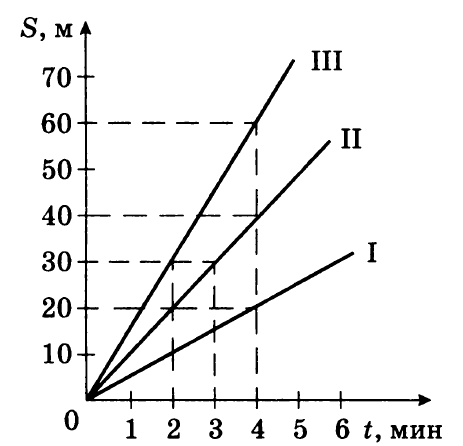
1. На рисунке 3 представлен график зависимости пройденного пути от времени для трёх тел. Чему равна скорость третьего тела? Определите, во сколько раз скорость второго тела больше первого?

Рис. 3

1. Определите по графику пути равномерного движения, изображенного на рисунке:

а) путь, пройденный телом в течение 4,5 с,

б) время, в течение которого пройден путь 15 м,

в) скорость движения,

Если сторона клетки соответствует 1 м и 1 с.

1. Гоночный автомобиль мчится со скоростью 360 км/ч. Начертите в тетради график зависимости его пути от времени.
2. Аэроплан летит со скоростью 720 км/ч в течение 25 мин. Начертите график его движения, приняв для оси времени масштаб: 5 мин- 1 см; а для оси пути масштаб выберите самостоятельно.
3. Постройте график пути движения, уравнение которого S=5t.
4. Постройте график пути движения, уравнение которого S=3t+2

**Приложение 3**

**Система дополнительных задач на тему «Линейная функция»**

