МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ   
ЛИЦЕЙ №2 КУПИНСКОГО РАЙОНА

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ПРОЕКТ  
ТЕМА:   
«ПОЛЕЗНЫЕ ФАКТЫ ГЕОМЕТРИИ, ДАЮЩИЕ ЭФФЕКТИВНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ»

Работу выполнил:

ученик 10 «А» класса

МБОУ Лицея №2

Толмачёв Илья Сергеевич

Руководитель проекта:

Иванова Елена Петровна

учитель математики

МБОУ Лицея №2

г. Купино 2023 г.

**Содержание** стр.

1.Введение. 1-2

1.1.Актуализация. 1-2

2.Основная часть. 4-16

2.1.Методы вспомогательной окружности 5-12

2.2.Отношение отрезков в треугольниках 13-15

3.Заключение. 16

3.1. Список литературы. 17

Приложение. 18-19

1. **Введение.**

**1.1.Актуализация:**

Предмет геометрия очень сложный. Многие задачи в геометрии не всегда возможно решить обычными способами, либо решение задачи будет очень объёмным. Мой проект поможет облегчить решение некоторых геометрических задач на плоскости, а особенно он сможет помочь тем, кто будет сдавать единый государственный экзамен, так как задачи на эту тему решают хуже всего. Процент выполнения за прошлый год в профильной математике данного вида задач во второй части составляет всего 0%, а в первой 84%.

**Проблема:**

Задачи в геометрии школьного курса очень сложны для понимания не только для средних, но и для старших классов.

**Цель:**

Изучить метод вспомогательной окружности и отношения отрезков в треугольнике, применить их для решения задач.

**Задачи:**

1) Собрать информацию для теории.

2) Применить методы для решения задач.

3) Собрать задачи для решения данными методами.

4) Составить сборник из собранных задач.

**Гипотеза**: изучив данный материал, будет легче решать задачи на плоскости.

**Объект исследования:** геометрия.

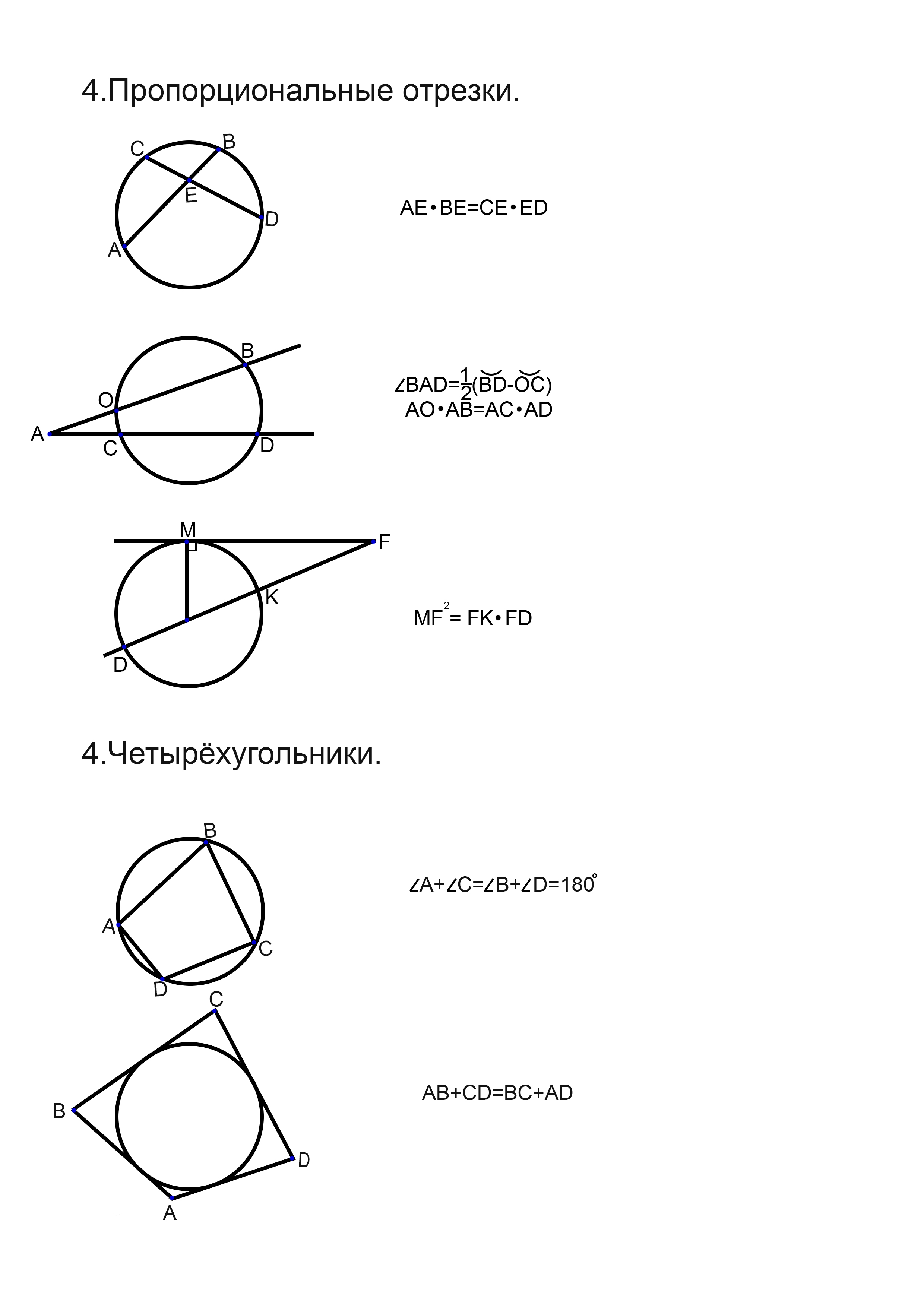
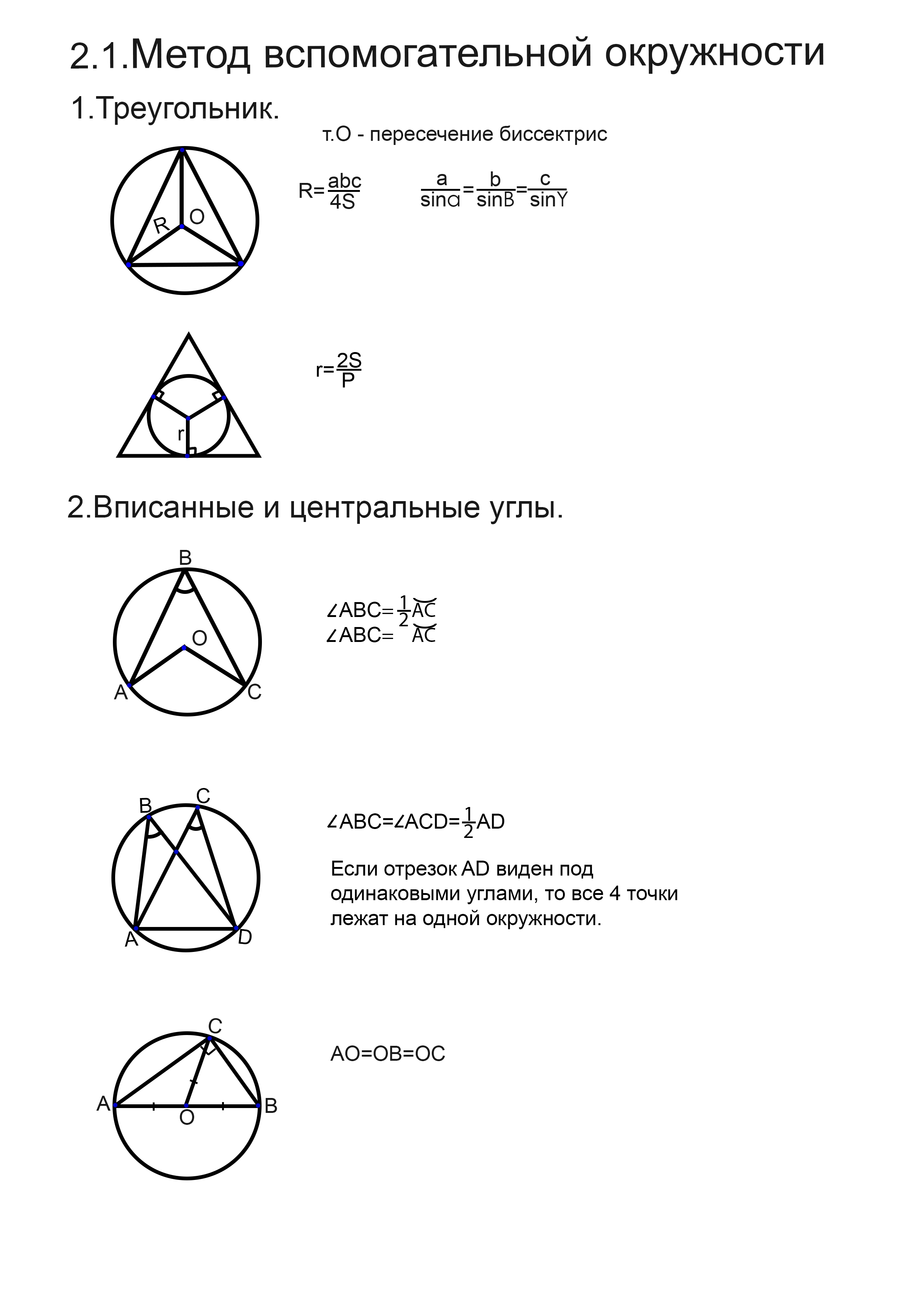
**Предмет исследование:** метод вспомогательной окружности, отношения отрезков в треугольнике.

**Методы исследования:** анализ, синтез, структурирование, изучение и обобщение.

**2.Основная часть.**

В данной части я хочу показать теоретический материал, который нужен для решения задач методом вспомогательной окружности. Далее я решил несколько задач, опираясь на этот материал, пояснив их.

После я составил теоритический материал для решения задач через отношения отрезков в треугольнике, с несколькими примерами решения.



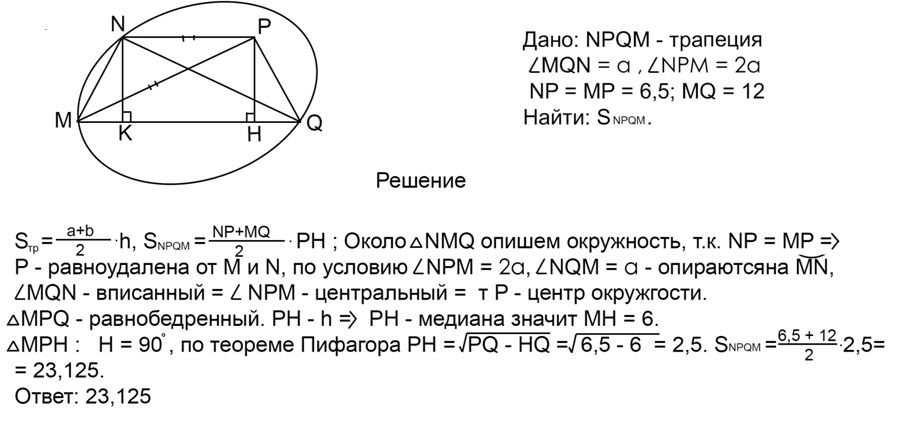
**Способ решения:**

Для решения этой задачи буду строить окружность, основываясь на том, что точки равноудалены от центра окружности.

**Задача 1.**

В трапеции MNPQ(*MQ || NP)* угол NQM в 2 раза меньше угла MPN. Известно, что *NP* = *MP* = 6,5 , *MQ=12.* Найдите площадь трапеции.

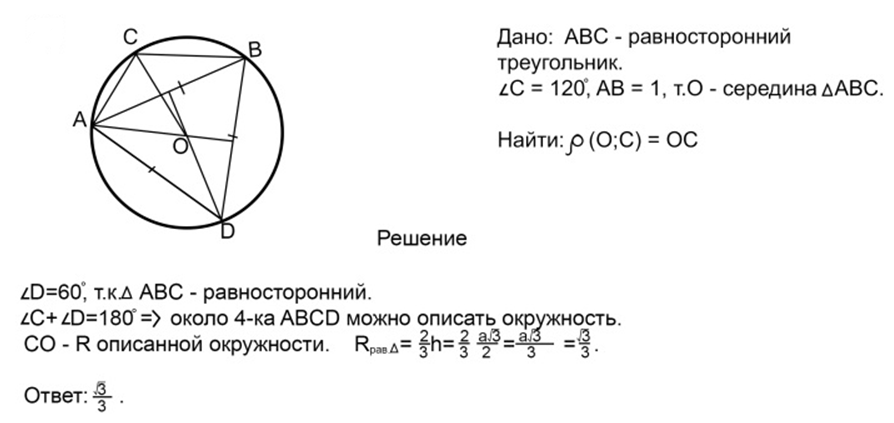
**Пояснение:**

Для решения данной задачи нужно ввести окружность. Т.к. треугольник MNP равнобедренный, то точка P равноудалена от точек M и N, следовательно мы можем построить окружность с центром в точке P. Угол NPM центральный, а угол NQM вписанный, значит точка Q находится на окружности, следовательно треугольник MPQ равнобедренный. PH высота и медиана, значит MH = 6, далее по теореме Пифагора находим PH, а после по формуле находим площадь.

**Способ решения:**

Для решения этой задачи буду строить окружность, основываясь на том, что сумма противоположных углов в четырёхугольнике равна 180О.

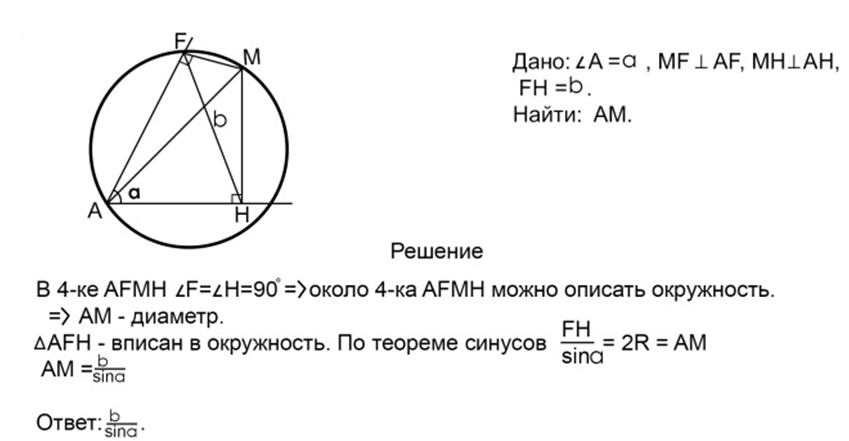
**Задача 2.**

На стороне AB треугольника ABC во внешнюю сторону построен равносторонний треугольник. Найдите расстояние между его центром и вершиной C, если АВ = 1 и ∠С = 120°.

**Способ решения:**

Для решения этой задачи буду строить окружность, основываясь на том, что сумма противоположных углов в четырёхугольнике равна 180О.

**Задача 3.**

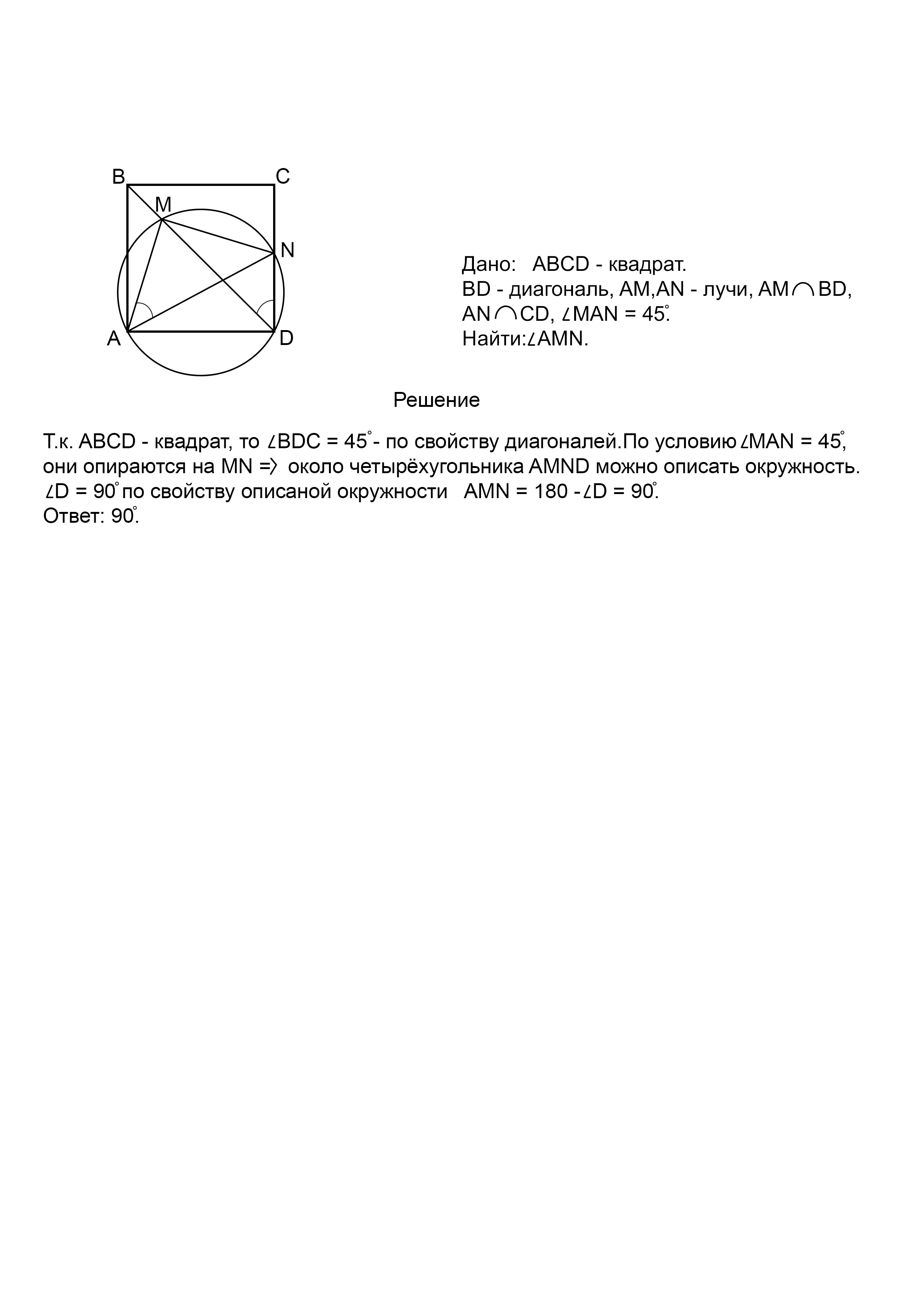
 Дан угол величиной *α* с вершиной в точке А. Расстояние между основаниями перпендикуляров, опущенных из некоторой точки M на стороны угла, равно β. Найдите AM.

**Способ решения:**

Для решения этой задачи буду строить окружность, основываясь на том, что если два равных угла опираются на одну сторону, то окружность можно построить.

**Задача 4.**

Из вершины А квадрата АВСD проведены лучи, образующие между собой угол 45°. Один из них пересекает диагональ ВD в точке М, другой – сторону СD в точке N. Найдите величину угла АMN.

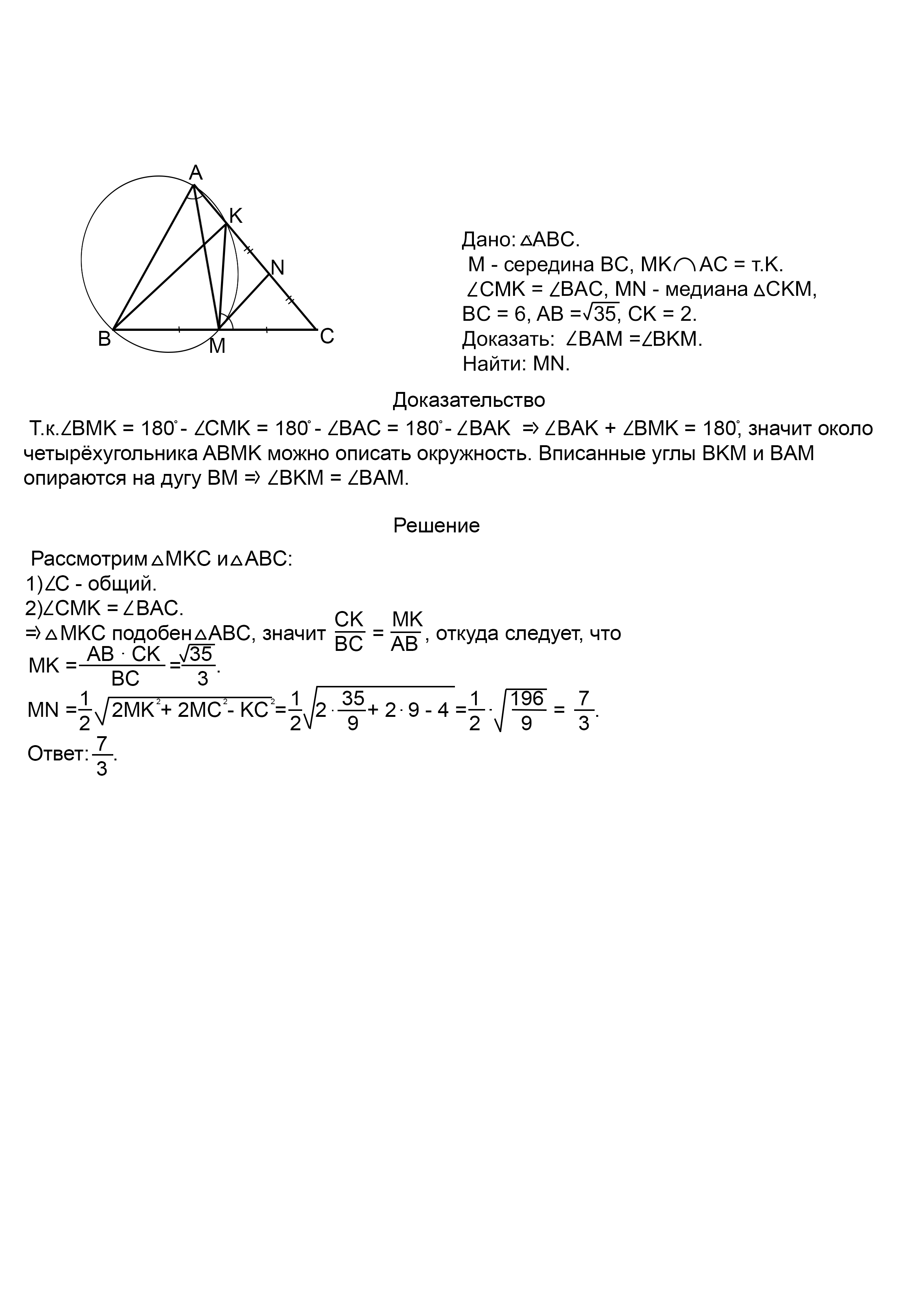


**Способ решения:**

Для решения этой задачи буду строить окружность, основываясь на том, что сумма противоположных углов в четырёхугольнике равна 180О.

**Задача 5.** (Задача номер 16 в ЕГЭ)

Прямая проходящая через середину M стороны BC треугольника ABC, пересекает сторону AC в точке K причём ∠ CMK = ∠ BAC.

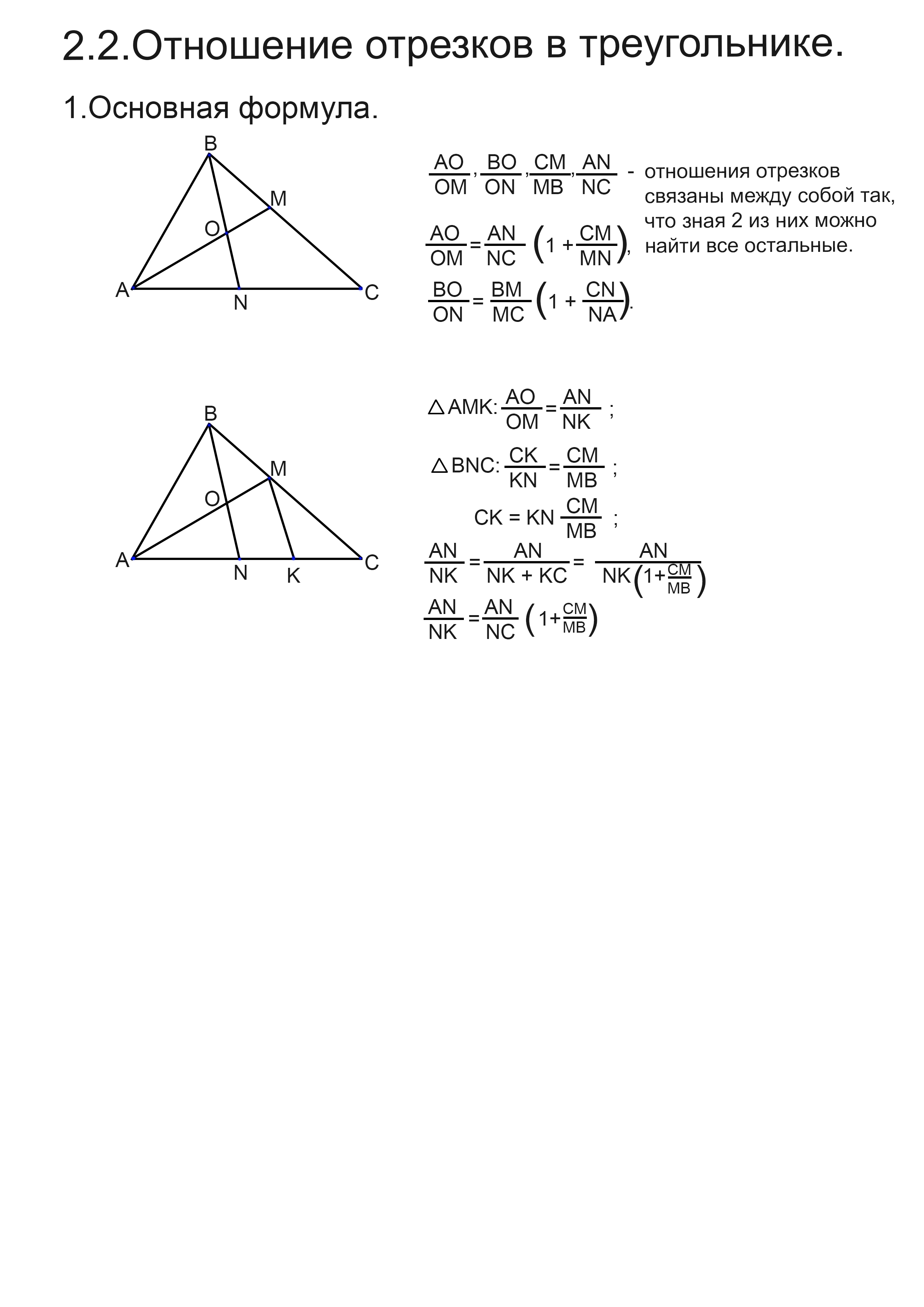
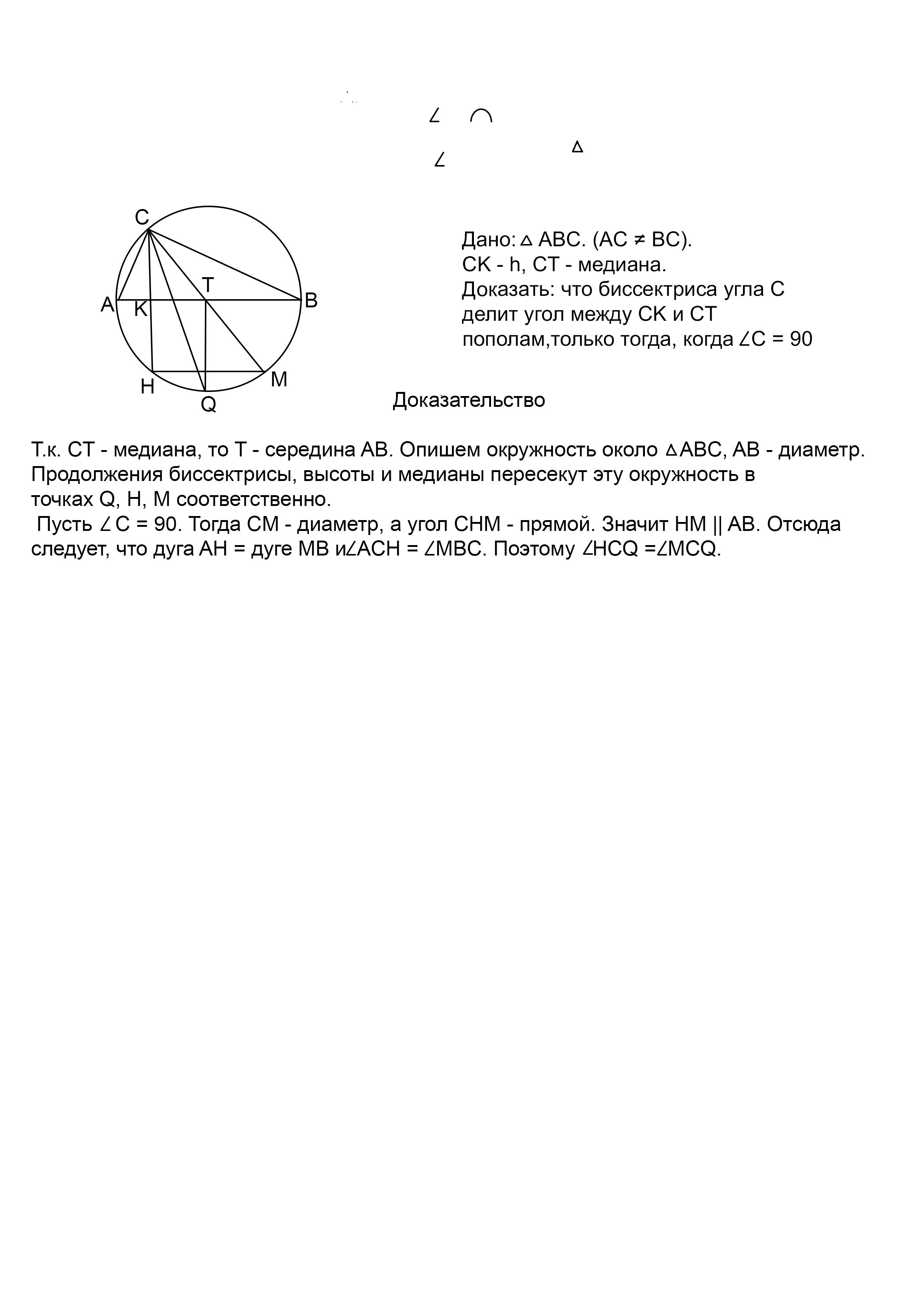


**Способ решения:**

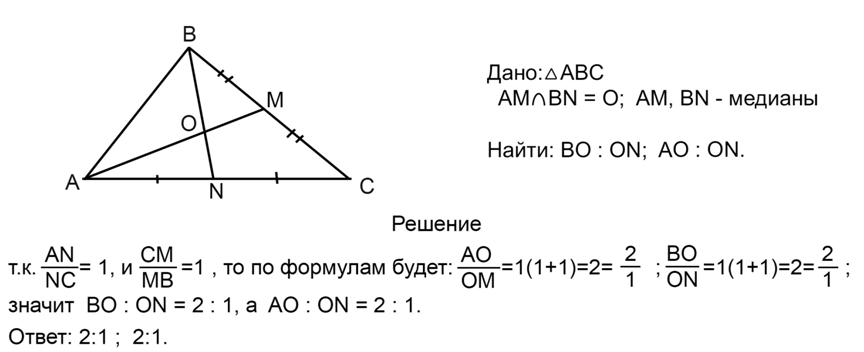
Для решения этой задачи буду строить окружность, основываясь на том, что в треугольнике точки равноудалены от центра окружности.

**Задача 6.**

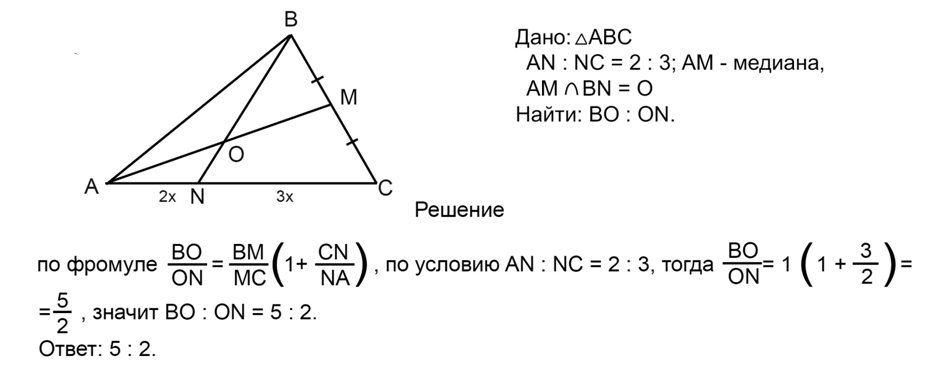
В треугольнике ABC стороны AC и BC не равны . Докажите, что биссектриса угла С делит пополам угол между медианой и высотой, проведёнными из вершины С, тогда и только тогда, когда ∠С = 90°.



**Задача 1.**

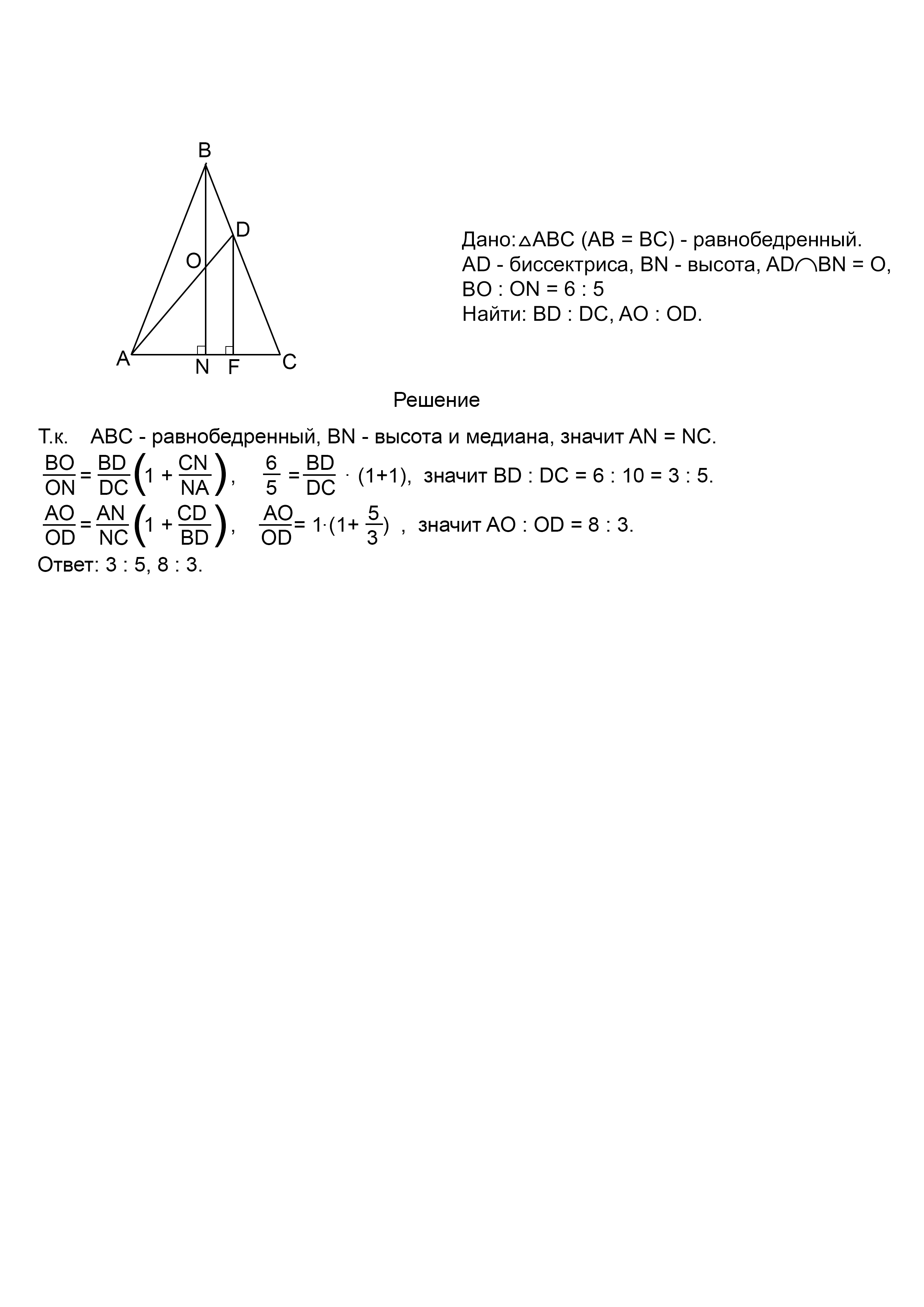
Пусть медианы AM и BN треугольника ABC пересекаются в точке O. Найдите, в каком отношении делятся точкой пересечения медианы треугольника.

**Задача 2.**

Точка N лежит на стороне AC треугольника ABC, причём AN : NC = 2 : 3. Медиана треугольника AM пересекает отрезок BN в точке O. Найдите отношение BO : ON.

**Задача 3.**

В равнобедренном треугольнике ABC (AB = BC) биссектриса AD пересекает высоту BN в точке O и делит её в отношении BO : ON = 6 : 5. Найдите, в каком отношении биссектриса AD делит сторону BC, и отношение AO : OD.



**Вывод**

Исследуя теоретический материал и методы решения геометрических задач, я понял, что можно научиться решать задачи самому, но для этого необходимо терпение и трудолюбие, так как это не простой учебный материал. При решении геометрических задач сложно найти первую идею для нужного подхода к решению, а метод вспомогательной окружности и отношение отрезков в треугольнике позволяют расширить знания, полученные на уроках математики и таким образом можно найти подход к задаче. Хорошо когда есть подготовительный курс, где можно увидеть оформление задач в математических моделях.

В своём проекте я собрал теорию по данной теме и решил, пояснив некоторые задачи, опираясь на эти методы. Также в приложении собрал задачи для того чтобы работая с данной темой другие учащиеся смогли по данной подборке задач научиться их решать. Изученный материал моей работы буду применять для подготовки к итоговой аттестации.

**Практическая значимость:** Тему данного проекта я рассмотрю со своими одноклассниками на внеурочных занятиях по математике, представлю им метод вспомогательной окружности и отношение отрезков в треугольнике тем самым, расширяя их знания, и тем самым я даю им возможность лучше подготовиться к ЕГЭ и узнать новый материал по геометрии

**Список литературы.**

1. Л.С. Атанасян «Геометрия: учебник для 10-11 классов общеобразовательных организаций: базовый и углублённый уровни ».- М.: Просвещение, 2018 г.
2. Журнал «Математика». Издательский дом «Первое сентября».

Учебно-методический журнал.

1. [https://math-ege.sdamgia.ru/](https://math-ege.sdamgia.ru/test?theme=279)
2. Л.С. Атанасян «Геометрия: учебник для 7-9 классов

общеобразовательных учреждений».- М.: Просвещение, 2011 г.

1. Г.Р. Калманович «Геометрия. Планиметрия. 7-9 классы».
2. Е.В. Потоскуев «ЕГЭ. Математика. Опорные задачи по геометрии. Планиметрия. Стереометрия».- Издательство «Экзамен», 2017г.
3. И.В. Ященко «Математика: большой сборник тематических задач для подготовки к единому государственному экзамену: профильный уровень».
4. В.В. Кочагин «ЕГЭ 2022. Математика: тематические тренировочные задания».

**Приложение.**

**Задача 1.** В четырёхугольнике ABCD известны углы: ∠СBD = 58°, ∠ABD = 44°, ∠ADC = 78°. Найти ∠CAD.

**Задача 2.** На стороне AB треугольника ABC во внешнюю сторону построен равносторонний треугольник. Найти расстояние между его центром и вершиной C, если АВ=1 и ∠ С=120°.

**Задача 3.** Дан угол величиной α с вершиной в точке А. Расстояние между основаниями перпендикуляров, опущенных из некоторой точки M на стороны угла, равно β. Найти AM.

**Задача 4.** Продолжение сторон PQ и ST вписанного четырёхугольника PQST пересекаются в точке О. Доказать, что треугольники OPT и OQS подобны.

**Задача 5.** Из произвольной точки M катета АС прямоугольного треугольника ABC опущен перпендикуляр МК на гипотенузу AB. Доказать, что ∠МКС= ∠МВС.

**Задача 6.** Биссектрисы ВК и СМ треугольника АВС пересекаются в точке О, ∠ А=60°. Доказать, что ОК=ОМ.

**Задача 7.** Из точки А, расположенной вне окружности, проведены касательные AB, АС и секущая MN. Пусть B и C- точки касания, а P- середина хорды MN. Доказать, что ∠ВРА = ∠ СРА.

**Задача 8.** В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AE и BD. Доказать, что углы BDE и BAE равны.

**Задача 9.** В четырёхугольнике ABCD известны углы: ∠ BAD=96°, ∠BAC=54°.Найти, чему равен ∠ BDC

**Задача 10**.В остроугольном треугольнике ABC угол В равен 60°, АМ и CN- его высоты, а P- середина стороны АС. Доказать, что треугольник MNP- равносторонний.

**Задача 11.** В выпуклом четырёхугольнике ABCD диагонали АС и BD пересекаются в точке О. ∠АВС=111°, ∠ОВС=49°, ∠ACD=62°. Найти ∠ СAD и ∠ADC.

**Задача 12.** Середина S стороны KN выпуклого четырёхугольника KLMN равноудалена от всех его вершин. Найдите KN, если LM=8, ∠ L=101°, ∠ M=124°.

**Задача 13.** На гипотенузе АВ прямоугольного треугольника АВС во внешнюю сторону построен квадрат с центром в точке О. Доказать, что СО - биссектриса прямого угла

**Задача 14.**Из вершины А квадрата АВСD проведены лучи, образующие между собой угол 45°. Один из них пересекает диагональ ВD в точке М, другой- сторону CD в точке N. Найти величину угла АМN.

**Задача 15.** Известно, что ВМ и СN высоты треугольника АВС, при этом MN=10, ВС=26. Найти расстояние между серединами отрезков MN и ВС.

**Задача 16.**В треугольнике АВС: ∠ А=70°, ∠ В=50°. Точка М лежит внутри треугольника, причём ∠ MAC = ∠ MCA = 40° .Найдите ∠ ВМС.

**Задача 17.**В трапеции MNPQ( MQ//NP) угол NQM в 2 раза меньше угла MPN. Известно, что NP = MP = 132, MQ=12. Найти площадь трапеции.

**Задача 18.**Дан квадрат AВСD. Вне квадрата отметили точку Е так, что ∠ ВАЕ=30°, ∠ ВСЕ=75°. Найдите угол СВЕ.

**Задача 19.** Высота и медиана треугольника, проведённые из одной вершины внутри него, различны и образуют равные углы со сторонами, выходящими из той же вершины. Доказать, что треугольник прямоугольный

**Задача 20.** Высота, биссектриса и медиана, проведённые из одной вершины треугольника АВС, делят угол при этой вершине на четыре равных части. Найдите углы треугольника.

**Задача 21.** Диагональ АС прямоугольника ABCD с центром О образует со стороной АВ угол 30°. Точка Е лежит вне прямоугольника, причём

∠ ВЕС=120°

а) Докажите, что ∠ СВЕ= ∠ СОЕ

б) Прямая ОЕ пересекает сторону AD прямоугольника в точке К. Найдите ЕК, если известно, что ВЕ=40 и СЕ=2.