Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

Сургутский естественно-научный лицей

Творческая сессия «Искусство разума»

ТЕМА ПРОЕКТА

**КОМБИНАТОРИКА В НАШЕЙ ЖИЗНИ**

Выполнил: Бедринец Даниил Юрьевич,

ученик 7 Б класса

Руководитель проекта: Мухоморкина Татьяна Петровна,

учитель математики

г. Сургут, 2023г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Аннотация ……………………………………………………………..3
2. Введение ………………………………………………………………..4
3. Из истории возникновения комбинаторики………….………………..6
4. Основные правила и формулы комбинаторики…………..……… …..8
5. Применение комбинаторики в различных сферах жизнедеятельности людей. Решение задач из повседневной жизни……………………….9
6. Практическое исследование…………………………………………...11
7. Вывод …………………………………………………………………..21
8. Заключение ……………………………………………………………22
9. Список литературы ……………………………………………………23

*«Число, положение и комбинация – три взаимно пересекающиеся, но различные сферы мысли, к которым можно отнести все математические идеи.»*

*Дж. Сильвестр (1844г.)*

АННОТАЦИЯ

В работе рассмотрена возможность практического применения комбинаторики в жизни. Рассматриваются различные виды деятельности человека, где используется понятие комбинаторики. Так же в работе проведено исследование как в повседневной жизни применяется комбинаторика. Человеку часто приходится иметь дело с задачами, в которых нужно подсчитать число всех возможных способов расположения некоторых предметов или число всех возможных способов осуществления некоторого действия. Разные пути или варианты, которые приходится выбирать человеку, складываются в самые разнообразные комбинации. И целый раздел математики, называемый комбинаторикой, занят поиском ответов на вопросы: сколько всего есть комбинаций в том или другом случае.

ВВЕДЕНИЕ

Комбинаторика – это раздел математики, который изучается в более старших классах, либо теми, кто увлекается олимпиадной математикой. Меня этот раздел математики заинтересовал тем, как можно его применить в повседневной жизни. Изучая самостоятельно данную тему, я познакомился с новыми понятиями комбинаторики: перестановка, размещение, сочетание. Решая задачи из данного раздела, я задумался над вопросом: где в реальной жизни можно встретиться с этой математической моделью. Я считаю, что моя работа будет полезна моим сверстникам, желающим расширить свои знания о комбинаторике и её применения в жизни.

Людям различных профессий приходится решать практические задачи из комбинаторики, и они даже не задумываются, что используют этот раздел математики. Использование знаний по комбинаторике довольно значимо, что без них практически невозможно обойтись в повседневной жизни, в математике, биологии, криптографии и многих других сферах жизнедеятельности человека. В повседневной жизни мы используем математические навыки, в том числе и комбинаторику.

Моя исследовательская работа посвящена изучению практического применения комбинаторики в повседневной жизни человека.

Актуальность темы работы заключается в следующем:

1. Умение решать комбинаторные задачи пригодится учащимся в разных жизненных ситуациях. Накопления опыта решения комбинаторных задач развивает логическое и математическое мышление, расширяет кругозор.

2.      Всеобщий характер исследуемого материала;

3.      Богатая и увлекательная история исследуемого материала;

4.      Рассмотрение прикладных задач подтверждает практическое применение математических знаний.

**Гипотеза:** Решение комбинаторных задач развивает творческие способности, помогает при решении олимпиадных задач, задач из ЕГЭ, позволяет применять полученные знания в повседневной жизни.

Для работы были выбраны источники информации: учебники по математике, сеть Интернет, наблюдения, а также собственные знания, полученные из дополнительной литературы и на уроках математики в Санкт-Петербургской онлайн-школе.

Исследования показали, что в окружающем мире есть отрасли, в которых используются знания комбинаторики и именно эти знания люди используют в повседневной жизни. Комбинаторика применяется в различных сферах: учебные заведения (составление расписаний), общественное питание (составление меню), лингвистика (рассмотрение вариантов комбинаций букв), спортивные соревнования (расчёт количества игр между участниками), производство (распределение нескольких видов работ между рабочими), химия (анализ возможных связей между химическими элементами), криптография (разработка методов шифрования), доставка почты (рассмотрение вариантов пересылки), астрология (анализ расположения планет и созвездий).

Человеку необходимо знать и уметь применять элементы комбинаторики в разных профессиях и жизненных ситуациях

**Цель проекта:** изучить практическое применение комбинаторики для развития интереса к математике у учащихся; продемонстрировать разнообразное применение математики в реальной жизни.

**Задача:** учиться находить возможные комбинации предметов, отвечающие определённым условиям.

Для того, чтобы определить, в каких жизненных ситуациях человек встречается с комбинаторикой, используем методы наблюдения, исследования.

ИЗ ИСТОРИИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ КОМБИНАТОРИКИ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМБИНАТОРИКИ.

Еще в доисторическую эпоху люди сталкивались с комбинаторными задачами. Выбирать и располагать предметы в определенном порядке, отыскивать среди разных расположений наилучшее – вот задачи, решаемые в быту, на охоте или в сражениях. По мере усложнения производственных и общественных отношений задачи усложнялись. Комбинаторные задачи встречались, как игры в досуге. При тайных переписках дипломаты стали применять шифры, которые были основаны на различных перестановках букв, чисел, заменах букв с использованием ключевых слов и т. д.

Комбинаторика как наука стала развиваться в XIII в. параллельно с возникновением теории вероятностей. Первые научные исследования по этой теме принадлежат итальянским ученым Дж. Кардано, Н. Чарталье (1499-1557), Г. Галилею (1564-1642) и французским ученым Б.Пискамо (1623-1662) и П. Ферма. Комбинаторику, как самостоятельный раздел математики первым стал рассматривать немецкий ученый Г. Лейбниц в своей работе «Об искусстве комбинаторики», опубликованной в 1666г. Он также впервые ввел термин «Комбинаторика». Значительный вклад в развитие комбинаторики внес Л. Эйлер. В современном обществе с развитием вычислительной техники, комбинаторика «добилась» новых успехов. Были изданы журналы, книги по комбинаторике. Элементы комбинаторики были включены в школьный курс математики. Затем изъяты из программы. По желанию учителей и учащихся в 80–90 гг. прошлого столетия основы комбинаторики изучались на факультативных занятиях старших классов общеобразовательной школы. В настоящий момент комбинаторика вновь включена в школьный курс.

Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова combinare, которое означает «соединять, сочетать»

Начав с анализа головоломок и азартных игр, комбинаторика оказалась исключительно полезной для решения практических задач почти во всех разделах математики. Кроме того, комбинаторные методы оказались полезными в статистике, криптографии, лингвистике и многих других науках. Вместе с этим приходится очень часто просчитывать возможные варианты в жизни.

ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА И ФОРМУЛЫ КОМБИНАТОРИКИ

Правило суммы: если элемент **а** можно выбрать **m** способами, а элемент (**b – n)** способами, то выбор **«или а или b»** можно сделать (**m+n)** способами.

Правило произведения: если элемент **а** можно выбрать **m** способами, а элемент (**b – n)** способами, то выбор **«а и b»** можно сделать (**m\*n)** способами

Перестановкой из **n** элементов называется каждое расположение этих элементов в определенном порядке.

Размещением из n элементов по k (k≤n) называется любое множество, состоящее из любых k элементов, взятых в определенном порядке из данных n элементов.

Сочетанием из n элементов по k называется любое множество, составленное из k элементов, выбранных из данных n элементов.

ПРИМЕНЕНЕИЕ КОМБИНАТОРИКИ В РАЗЛИЧНЫХ СФЕРАХ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЛЮДЕЙ

Комбинаторика применяется практически во всех сферах жизни человека. И в повседневной жизни мы используем математические навыки, в том числе и элементы комбинаторики.  Правила комбинаторики используются нами при решении каких-либо задач, сводя их к математическим.

Решение задач из повседневной жизни

1. Правило суммы:

**Пример 1.** В вазе 6 яблок, 5 груш и 4 сливы. Сколько вариантов выбора одного плода?

Решение: если на тарелке лежат 6 яблок, 5 груш и 4 сливы, то один плод можно выбрать 6+5+4=15 способами.

1. Правило произведения:

**Пример 2.** Есть 2 различных конверта и 3 разные марки, то сколькими способами можно выбрать конверт и марку?

Решение: 2\*3=6 способами

Правило произведения верно и в том случае, когда рассматриваются элементы нескольких множеств.

**Пример 3.** Есть 2 разных конверта, 3 разные марки и 4 разные открытки, то выбрать конверт, марку и открытку можно 2\*3\*4=24 способами.

**Пример 4.** На завтрак я могу выбрать творог со сметаной, бутерброд, кашу или кекс, а запить я могу чаем, компотом или соком. Из скольких вариантов завтрака я могу выбрать?

Решение: Я собрал все варианты в такой таблице:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ***Творог со сметаной*** | ***Бутерброд*** | ***Каша*** | ***Кекс*** |
| ***Чай*** | Чай, творог со сметаной | Чай, бутерброд | Чай, каша | Чай, кекс |
| ***Компот*** | Компот, творог со сметаной | Компот, бутерброд | Компот, каша | Компот, кекс |
| ***Сок*** | Сок, творог со сметаной | Сок, бутерброд | Сок, каша | Сок, кекс |

В ней три строки и четыре столбца, они образуют 12 клеток. Так как выбор еды и напитка происходит независимо, то в каждой клетке будет стоять один из возможных вариантов завтрака. Значит, всего вариантов столько же, сколько клеток в таблице – 12.

1. Перестановки:

**Пример 5.** Сколько вариантов шестизначного кода можно составить из цифр 4, 5, 6, 7, 8, 9?

Решение: P6= 6! = 720. Поскольку дано 6 цифр, из которых должен состоять код, подсчитываем количество перестановок по формуле. (Произведением всех натуральных чисел от 1 до ***n*** включительно называется ***n***-факториал и обозначается символом ***n! n!*** =1\*2\*3\*…\*n. Принято считать 0! Равным 1.).

**Пример 6.** На полке стоят 5 книг. Сколькими способами можно переставить книги на полке?

Решение: Р5= 5! = 1\*2\*3\*4\*5=120 способами.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Вопросом применения комбинаторики в реальной жизни, я занимался в своей работе. Проводя свои исследования, я учился решать комбинаторные задачи, применяя различные способы решения. Мне хотелось посмотреть, обращаются ли люди в обычной жизни для решения какой-то задачи к научным обоснованиям или же делают как проще, доступнее и быстрее.

**Дорога в лицей.** Я подумал сколькими способами я могу добраться из дома в школу. Я узнал, что до школы с остановки «Кинотеатр Аврора» есть маршруты шести автобусов без пересадок. Это маршруты: № 45, №51, № 4, № 26, № 6, № 40. От дома я могу дойти до остановки тремя дорогами. Сколькими способами можно попасть из дома в лицей, пользуясь автобусом?

Для решения этой задачи можно воспользоваться числом сочетаний. Количество дорог из дома до остановки 3, значит по формуле:

дороги ведут к остановке. На остановке я выбираю один из шести автобусов. Также воспользуемся формулой сочетания автобусов следуют до лицея. И воспользуемся правилом умножения 3\*6=18 способами я могу добраться из дома до лицея.

**Расписание.** С утра мы очень часто отправляемся к расписанию или открываем дневники, посмотреть порядок уроков. А представим на миг, чтобы стало в школе, если бы не было расписания. Трудно пришлось бы всем: и детям, и учителям. Даже в одном классе и то вряд ли легко решили бы проблему.

Мы в 7 классе изучаем 17 предметов. Я подумал сколькими способами можно составить расписание на один день из 7 различных предметов.

Попробуем найти ответ на этот вопрос с помощью комбинаторики.

Понятно, что расписание на один день, составленное из 7 различных предметов, отличается от другого либо набором предметов, либо порядком их следования. Здесь мы имеем дело с размещениями из 17 элементов по 7. А потому расписание можно составить 98 017 920 способами.

.

**Столовая.** Далее непременно заглянем в столовую. Чтобы хорошо учиться, нужно хорошо кушать.

В нашей столовой могут быть следующие блюда на обед: овощной салат, макароны с сосисками, пельмени, запеканка, рис с рыбой, чай, какао.

Сколько же в действительности можно составить вариантов обедов?

Салат можно выбрать 1 способом. Для салата существует 4 выбора вторых блюд. Первые два блюда можно выбрать 4 способами. И, наконец, для каждого из этих выборов имеются 2 возможности выбора третьего блюда, т. е. существует 1 \* 4 \* 2 способов составления обеда из трех блюд. Итак, обед может быть составлен 8 способами.

**Уроки.** На уроках учащихся опрашивают устно. Попробуем решить следующую задачу: сколько существует вариантов опроса 10 учащихся на одном уроке, если ни один из них не будет подвергнут опросу дважды и на занятии может быть опрошено любое количество учащихся, причем порядок, в котором опрашиваются учащиеся, безразличен?

Решение: Преподаватель может не опросить ни одного из 10 учащихся, что является одним из вариантов. Этому случаю соответствует . Преподаватель может опросить только одного из учащихся, таких вариантов . Если преподаватель опросит двух учащихся, то число вариантов опроса . Для опроса трех учащихся существует вариантов и т. д. Наконец, могут быть опрошены все учащиеся. Число вариантов в этом случае . Число всех возможных вариантов опроса можно найти по правилу сложения:

=1024.

**Внешкольная жизнь.**  Вне школы я посещаю языковую школу Лингва. Каждый раз я подбираю комплект удобной для себя одежды. В моем гардеробе: джоггеры (брюки), джинсы, свитшот, две толстовки.

Число вариантов комплектов, которые я смогу надеть: .

**Увлечение мамы.**  Мама, когда у нее есть время, увлекается лоскутным шитьем или пэчворком. В основном она любит шить из старых джинсов. Но иногда делает прихватки для кухни. Для этого старается сочетать различные лоскуты тканей, чтобы получилась красивая вещь.

Мы взяли 4 лоскутка в форме прямоугольника и комбинировали их по 3 прямоугольника.

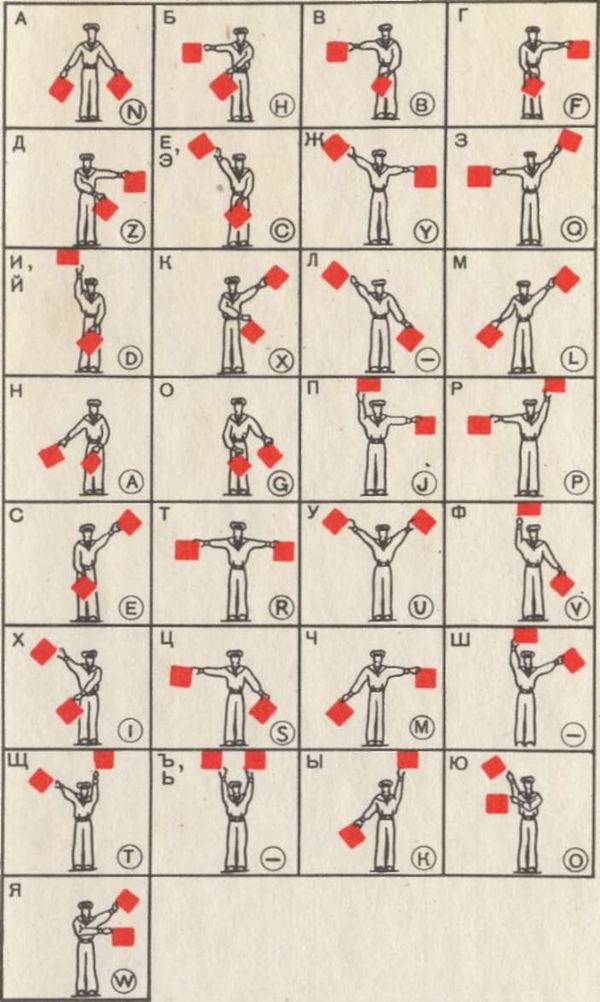
Чтобы сосчитать всевозможные комбинации, мы составили схему:

Получилось 4 комбинации рисунка прихватки.

**Комбинаторика и шифры.**

Русская семафорная азбука

Существующую сегодня на флоте русскую семафорную азбуку разработал в 1895 году вице-адмирал Степан Осипович Макаров. Русская семафорная азбука составлена в соответствии с русским алфавитом, включает 29 буквенных и 3 служебных знака. Она не содержит цифр и знаков препинания. Их передача производится по буквам, словами. Например, цифра «7» будет передана словом «семь», а знак «,» — словом «запятая». Каждой букве и условному знаку соответствует определенное положением рук с флажками. Семафорное сообщение состоит из слов, составленных из букв, изображаемых соответствующим положением флажков. Как правило, флажки находятся по разные стороны от тела сигнальщика. Однако при передаче некоторых букв (б, д, к, х, ю, я) оба флажка расположены по одну и ту же сторону. Почему пришлось сделать такое исключение? Ответ на этот вопрос дает та же формула размещений с повторениями. Дело в том, что различных положений каждого флажка пять — вниз отвесно, вниз наклонно, горизонтально, вверх наклонно и вверх отвесно. Так как у нас два флажка, то общее число комбинаций основных положений равно  = 25. При этом еще надо отбросить положение, когда оба флажка направлены вниз — оно служит для разделения слов. Всего получаем 24 комбинации, а этого недостаточно для передачи всех букв русского алфавита. Поэтому для некоторых букв и пришлось направить оба флажка в одну сторону.



Секретные замки

Для запирания сейфов применяют секретные замки, которые открываются лишь тогда, когда набрано «тайное слово» (или набор цифр). Это слово набирают с помощью одного или нескольких дисков, на которых изображены буквы (или цифры). Пусть число букв на каждом диске равно 12, а число дисков равно 5. Сколько неудачных попыток может быть сделано человеком, не знающим секретного слова. Из условия задачи видно, что важен порядок выбираемых букв. Поэтому мы имеем здесь дело с кортежами. Так как по условию каждая буква мо­жет быть выбрана 12 способами, а длина кортежей равна 5, то комбинаций рав­но 125 = 248 832. Значит, неудачных попыток может быть 248 831.

Камера хранения открывается с помощью кода, состоящего из 3 ячеек по 10 цифр и 1 ячейки по 26 букв. Сколько времени потратит забывчивый посетитель на поиск нужной комбинации, если на поиск одной комбинации он потратит в среднем 10 секунд?

Для решения задачи используем правило произведения:

720 · 26 = 18720 комбинаций

18720 · 10 = 187200 секунд ≈ 52 часа более двух суток может потребоваться посетителю для поиска нужной комбинации.

**Задачи ЕГЭ.**

В профильном экзамене по математике ЕГЭ задачи на теорию вероятности находятся в первой части. Таких задания два: классическое определение вероятности (достаточно легкие задания) и задачи на теоремы о вероятностных событиях, среди которых используется комбинаторика. В задачах № 4 ЕГЭ используется несколько усложненная формула комбинаторики. Формула Бернулли. Доказал данную формулу шведский ученый, в честь которого формула получила данное название.

Независимые испытания – это испытания, если вероятность появления одного события, не меняет вероятности появления другого события. Формула Бернулли применяется в задачах, где проводится серия из ***n*** независимых одинаковых испытаний. И пусть в результате одного такого испытания событие А может произойти с вероятностью ***p*** раз или не произойти с вероятностью (***1-p).***

Например: ***n*** раз бросаем симметричную монету. Выпадения орла при каждом броске равна . Можно ли посчитать вероятность того, что из 10 бросков монеты ровно 7 раз выпадет орел?

Другая ситуация: фабрика производит детали, причем с вероятностью ***p***деталь оказывается бракованной. Можно ли найти вероятность того, что из 100 деталей только 3 окажутся бракованными?

Вероятность того, что в ***n*** независимых испытаниях некоторое случайное событие ***A*** наступит ровно ***m*** раз, находится по формуле Бернулли. Она равна:

**,** где :

***p*** – вероятность появления события ***А*** в каждом испытании;

***q=1-p*** – вероятность непоявления события А в каждом испытании.

Коэффициент называют биномиальным коэффициентом (или как мы уже знаем: число сочетаний ***m*** элементов из ***n***).

Формула вычисления нам коэффициента нам тоже уже известна, напомним ее еще раз:

Приведем примеры некоторых задач из профильного экзамена ЕГЭ, где используются формулы комбинаторики.

**Задача № 1.**

Симметричную монету бросают 10 раз. Во сколько раз вероятность события «выпадает ровно 5 орлов» больше вероятности события «выпадет ровно 4 орла»?

Решение:

Вначале разберемся с понятием: симметричная монета. Симметричная монета — это воображаемая математически идеальная монета. Главное свойство симметричной монеты в том, что при таких условиях вероятность выпадения орла или решки абсолютно одинакова.

Итак, пусть вероятность выпадения орла при одном броске монеты: p=, вероятность выпадения решки: ***q=1-p***=1-. Давайте посчитаем вероятность того, что из 10 бросков монеты выпадает ровно 5 орлов.

Вероятность выпадения ровно 4 орлов равна:

Найдем, во сколько раз ***P1*** больше, чем ***P2***.

***P1***: ***P2*** =  **: = 1,2.**

**Ответ: 1,2**

**Задача 2.**  Группа туристов планирует отдых в горной местности. Известно, что в это время года погода в данном районе в случайно выбранный день хорошая с вероятностью . Найдите вероятность того, что погода будет хорошей ровно 2 дня из 5 дней отдыха, а в остальные – плохая. Ответ округлите до сотых.

Решение:

Вероятность того, что ровно 2 дня из 5 погода хорошая, найдем по формуле Бернулли:

Ответ: 0,33

**Задача 3.** Каждую осень Валентина Петровна собирает в лесу грибы и продает их на рынке. Она заметила, что 20% грибов в лесу – червивые и не годятся для продажи, однако вероятность, что из 10 грибов 9 окажутся годными, больше, чем вероятность того, что из 10 грибов только 5 окажутся годными. Во сколько раз больше? Ответ округлите до целого числа.

Решение:

По условию, вероятность того, что случайно выбранный гриб годен для продажи (не червивый), равна .

Нужно найти вероятности того, что из 10 грибов 9 окажутся годными, и что из 10 грибов 5 окажутся годными. В этом нам поможет формула Бернулли.

Найдем вероятность того, что из 10 грибов 9 годные. Это значит, что ***n***=10, ***m***=9, ***p*** = (вероятность того, что случайно выбранный гриб годный); ***q*** = – вероятность противоположного события (случайно выбранный гриб червивый).

Аналогично, вероятность того, что из 10 грибов 5 хорошие, а 5 червивые, равна:

Тогда:

**=**

Ответ: 10

`

ВЫВОД

Комбинаторика имеет огромное значение в различных областях науки и техники. С комбинаторными величинами приходится иметь дело представителям многих специальностей: ученому, химику, биологу, конструктору, диспетчеру и т.д. Комбинаторика используется в музыке, в различных играх (нарды, шашки, шахматы). В каждой из этих игр приходится рассматривать различные сочетания фигур, и выигрывает тот, кто их лучше изучает.

Рассмотрев использование комбинаторики в различных жизненных ситуациях, я показал практическую значимость комбинаторики как области математики. Таким образом, я подведу итог: комбинаторика — это раздел математики, имеющий широкий спектр практической направленности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Человеку часто приходится иметь дело с задачами, в которых нужно подсчитать число всех возможных способов расположения некоторых предметов или число всех возможных способов осуществления некоторого действия. Разные пути или варианты, которые приходится выбирать человеку, складываются в самые разнообразные комбинации. И целый раздел математики, называемый комбинаторикой, занят поиском ответов на вопросы: сколько всего есть комбинаций в том или другом случае.

ЛИТЕРАТУРА

1. Комбинаторика. Виленкин Н.Я. – МЦНМО, 2019
2. Математика. Дополнительные главы. Смыкалова Е.В. – СМИО Пресс 2018
3. События. Вероятности. Статистическая обработка данных 7-9 классы. Мордкович А.Г. Семенов П.В. – Мнемозина, 2009
4. Введение в криптографию. Шахмейстер А.Х. – ООО «Петроглиф», 2019
5. Комбинаторика. Статистика. Вероятность. Шахмейстер А.Х. – ООО «Петроглиф», 2012
6. Элементы алгебры, комбинаторики и теории вероятностей 5-7 классы. – «Лаборатория знаний», 2022
7. Математика. Умный сборник задач. Малкова А.Г. – ООО «Феникс», 2022

***Интернет ресурсы:***

<https://school-science.ru/4/7/1414>

<http://www.mathprofi.ru/zadachi_po_kombinatorike_primery_reshenij.html>

https://revolution.allbest.ru/mathematics/00392188\_0.html

<http://flatik.ru/geograficheskie-zadachi>

http://www.artprojekt.ru

https://infourok.ru

<https://ru.wikipedia.org/wiki>

https://multiurok.ru