**Муниципальное общеобразовательное учреждение**

**Пановская средняя общеобразовательная школа**

 **имени Героя Советского Союза П.Л. Черябкина**

**Проектная работа:**

**«Числа Фибоначчи».**

**Автор работы: Колодяжная Екатерина, 16лет**

**Научный руководитель: Власова**

**Людмила Валентиновна,**

**учитель математики**

**МОУ Пановской СОШ**

**Коломна, 2021г.**

Содержание:

Введение………………………………………………………………….4

1. История ряда Фибоначчи……………………………………………….5
2. Числа Фибоначчи в живой и неживой природе………………………..7
3. Числа Фибоначчи и психология………………………………………..8
4. Числа Фибоначчи и человек……………………………………………9
5. Числа Фибоначчи и искусство………………………………………...11
6. Практические исследования…………………………………………..12

Заключение…………………………………………………………….14

Список литературы…………………………………………………….15

**Цель работы:** изучить проявление чисел Фибоначчи и связанного с ними закона золотого сечения в строении живых и неживых объектов, найти примеры их использования.

**Объект исследования:** человек, математические абстракции, созданные человеком, изобретения человека, окружающий растительный и животный мир.

**Предмет исследования:** форма и строение исследуемых предметов и явлений.

**Задачи исследования:**

1. Изучить ряды Фибоначчи.
2. Рассмотреть примеры золотого сечения.
3. Увидеть математические закономерности в строении человека, растительного мира и неживой природы.

**Новизна исследования** - открытие чисел Фибоначчи в окружающей нас действительности.

**Практическая значимость** - использование приобретенных знаний и навыков исследовательской работы при изучении других школьных предметов.

**Методы исследования:**

1. Теоретический
2. Наблюдение, эксперимент.

****

Рисунок 1. Леонардо Фибоначчи (Пизанский)

Каждый год 23 ноября в мире вспоминают первого крупного математика средневековой Европы Леонардо Пизанского, известного под прозвищем Фибоначчи. Он открыл для современников десятичную арабскую систему счисления и в целом обогатил их знания в точных науках. Но главным его открытием стала последовательность, названная числами Фибоначчи. Её называют удивительной за свойство неожиданно проявляться в самых разных сферах жизни.

Леонардо Пизанский, наиболее известный под прозвищем Фибоначчи (чаще всего имя трактуют как «счастливчик»), родился около 1170 года в итальянском городе Пиза. Его отец был купцом и посещал по торговым делам Алжир, куда привёз сына для изучения математики у арабских учителей. Позднее Фибоначчи сам ездил в Египет, Сирию, Византию и Сицилию, где ещё ближе познакомился с достижениями античных и индийских математиков. На основе полученных там знаний Леонардо написал ряд математических трактатов, ставших революционными для средневековой западноевропейской науки. Самым известным его трудом стала «Книга абака».

Фактически это была энциклопедия математики того времени. В ней впервые в Европе была изложена десятичная позиционная система счисления арабов. Там впервые использовались отрицательные числа как долг. Завершалась эта большая книга изложением алгебры и примерами решения практических задач, связанных с торговым делом.

1. **История ряда Фибоначчи**

   Однажды, Фибоначчи ломал голову над решением одной математической задачи. Он пытался создать формулу, описывающую последовательность размножения кроликов.



Рисунок 2. Последовательность размножения кроликов

Разгадкой стал числовой ряд, каждое последующее число которого, является суммой двух предыдущих:

**0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, ...**

Числа, образующие данную последовательность называются "числами Фибоначчи", а сама последовательность - последовательностью Фибоначчи.

«Ну и что?» - скажете вы, - «Мали ли мы сами можем придумать подобных числовых рядов, нарастающих по заданной прогрессии?» Действительно, когда появился ряд Фибоначчи, никто, в том числе и он сам, не подозревал, насколько близко ему удалось приблизиться к разгадке одной из величайших тайн мироздания!

Фибоначчи вёл отшельнический образ жизни, много времени проводил на природе, и, гуляя в лесу, он обратил внимание, что эти числа стали буквально преследовать его.  Повсюду в природе он снова и снова встречал эти числа. Например, лепестки и листья растений строго укладывались в данный числовой ряд.

В числах Фибоначчи существует интересная особенность: частное от деления последующего числа Фибоначчи на предыдущее, по мере роста самих чисел, стремиться к 1,618.  Именно это постоянное число деления в средние века было названо Божественной пропорцией, а в наше время именуется как золотое сечение или золотая пропорция.

В математике это число обозначается греческой буквой φ = 1,618

233 / 144 = 1,618

377 / 233 = 1,618

610 / 377 = 1,618

987 / 610 = 1,618

1597 / 987 = 1,618

2584 / 1597 = 1,618

Сколько бы раз мы не делили одно число на другое, соседнее с ним число, мы всегда получим 1, 618.   А если сделаем наоборот, т.е.  разделим меньшее число на большее, то получим 0, 618, это число, обратное 1, 618, тоже называется золотой пропорцией.

  Ряд Фибоначчи мог бы остаться только математическим казусом, если бы не то обстоятельство, что все исследователи золотого деления в растительном и в животном мире, не говоря уже об искусстве, неизменно приходили к этому ряду, как арифметическому выражению закона золотого деления.

   Учёные, анализируя дальнейшее применение этого числового ряда   к природным феноменам и процессам, обнаружили, что эти числа содержатся буквально во всех объектах живой природы: в растениях, в животных и в человеке.

Удивительная математическая игрушка оказалась уникальным кодом, заложенным во все природные объекты самим Творцом Вселенной.

1. **Числа Фибоначчи в живой и неживой природе**

Если посмотреть на растения и деревья вокруг нас, то видно, сколь много листьев на каждом из них. Издалека, кажется, что ветки и листья на растениях расположены случайным образом, в произвольном порядке. Однако во всех растениях чудесным образом, математически точно спланировано какая веточка, откуда будет произрастать, как ветки и листья будут располагаться около стебля или ствола. Ни один лист, ни один цветок не появляется случайно. Ещё до появления растение уже точно запрограммировано. Совместная работа ботаников и математиков пролила свет на эти удивительные явления природы. Выяснилось, что в расположении листьев на ветке, в числе оборотов на стебле, в числе листьев в цикле проявляет себя ряд Фибоначчи.

Если вы зададитесь целью отыскать числовые закономерности в живой природе, то заметите, что эти числа часто встречаются в различных спиральных формах, которыми так богат мир растений. Например, черенки листьев примыкают к стеблю по спирали, которая проходит между двумя соседними листьями: 1/3 полного оборота - у орешника, 2/5 - у дуба, 3/8 - у тополя и груши, 5/13 - у ивы.

 Семена подсолнечника, эхинацеи пурпурной и многих других растений, расположены спиралями, причем количества спиралей каждого направления - числа Фибоначчи.

Подсолнечник имеет 21 и 34 спирали, а цветок эхинацеи - 34 и 55.



Рисунок 3. Подсолнечник и цветок эхинацеи

 Чёткая, симметричная форма цветов также подчинена строгому закону. У многих цветов количество лепесточков – именно числа из ряда Фибоначчи. Например: цветок ириса имеет 3 лепестка; лютик - 5; златоцвет - 8; дельфиниум - 13. Числа Фибоначчи проявляются в морфологии различных организмов. Например, морские звезды: число лучей у них отвечает ряду чисел Фибоначчи и равно 5, 8, 13, 21, 34, 55.

1. **Числа Фибоначчи и психология**

В психологии отмечены переломные моменты, кризисы, перевороты, знаменующие на жизненном пути человека преобразования структуры и функций души. Если человек успешно преодолел эти кризисы, то становится способным решать задачи нового класса, о которых раньше даже не задумывался. Чтобы выяснить, как развивается механизм творчества, воспользуемся математикой, а именно законами чисел Фибоначчи и пропорцией «золотого сечения» законами природы и жизни человека.

Числа Фибоначчи делят нашу жизнь на этапы по количеству прожитых лет:

0 - начало отсчета - ребенок родился. У него еще отсутствуют не только психомоторика, мышление, чувства, воображение, но и оперативный энергопотенциал. Он - начало новой жизни, новой гармонии;

1 - ребенок овладел ходьбой и осваивает ближайшее окружение;

2 - понимает речь и действует, пользуясь словесными указаниями;

3 - действует посредством слова, задает вопросы;

5 - «возраст грации» - гармония психомоторики, памяти, воображения и чувств, которые уже позволяют ребенку охватить мир во всей его целостности;

8 - на передний план выходят чувства. Им служит воображение, а мышление силами своей критичности направлено на поддержку внутренней и внешней гармонии жизни;

13 - начинает работать механизм таланта, направленный на превращение приобретенного в процессе наследования материала, развивая свой собственный талант;

21 - механизм творчества приблизился к состоянию гармонии и делаются попытки выполнять талантливую работу;

34 - гармония мышления, чувств, воображения и психомоторики: рождается способность к гениальной работе;

55 - в этом возрасте, при условии сохраненной гармонии души и тела, человек готов стать творцом. И так далее...

Числа Фибоначчи называют этапы развития человека. Пройдет ли человек этот путь без остановок, зависит от родителей и учителей, образовательной системы, а дальше - от него самого и от того, как человек будет познавать и преодолевать самого себя.

1. **Числа Фибоначчи и человек**

Около двух веков идея применения золотой пропорции в исследовании человеческого тела была предана забвению, и лишь в середине XIX века немецкий ученый Цейзинг вновь обратился к ней. Он находил, что все тело человека в целом и каждый отдельный его член связаны математически строгой системой пропорциональных отношений, среди которых золотое сечение занимает важнейшее место. Измерив тысячи человеческих тел, он установил, что золотая пропорция есть среднестатистическая величина, характерная для всех хорошо развитых тел. Он нашел, что средняя пропорция мужского тела близка к 13/8=1,625, а женского - к 8/5=1,60. Пропорции тела мужчин и женщин отклоняются в разные стороны от золотой пропорции - иррациональной предельной величины, равной 1,618..., в чем выражается, очевидно, геометрическое различие в половой анатомии мужчин и женщин.

Кроме этого есть и еще несколько основных золотых пропорций нашего тела:

- расстояние от кончиков пальцев до запястья и от запястья до локтя равно 1:1.618

- расстояние от уровня плеча до макушки головы и размера головы равно 1:1.618

- расстояние от точки пупа до макушки головы и от уровня плеча до макушки головы равно 1:1.618

- расстояние точки пупа до коленей и от коленей до ступней равно 1:1.618

- расстояние от кончика подбородка до кончика верхней губы и от кончика верхней губы до ноздрей равно 1:1.618

- расстояние от кончика подбородка до верхней линии бровей и от верхней линии бровей до макушки равно 1:1.618

- расстояние от кончика подбородка до верхней линии бровей и от верхней линии бровей до макушки равно 1:1.618

Достаточно лишь приблизить сейчас вашу ладонь к себе и внимательно посмотреть на указательный палец, и вы сразу же найдете в нем формулу золотого сечения. Каждый палец нашей руки состоит из трех фаланг.

У человека 2 руки, пальцы на каждой руке состоят из 3 фаланг (за исключением большого пальца). На каждой руке имеется по 5 пальцев, то есть всего 10, но за исключением двух фаланговых больших пальцев только 8 пальцев создано по принципу золотого сечения.  Тогда как все эти цифры 2, 3, 5 и 8 есть числа последовательности Фибоначчи.

В строении черт лица человека также есть множество примеров, приближающихся по значению к формуле золотого сечения.



Рисунок 4. Золотое сечение и человек

1. **Числа Фибоначчи и искусство**

Золотое сечение было использовано, чтобы привнести красоту, баланс и гармонию в некоторые величайшие произведения искусства.

Знаменитое стихотворение Лермонтова "Бородино" делится на две части: вступление, обращенное к рассказчику и занимающее лишь одну строфу *("Скажите, дядя, ведь недаром …"),* и главную часть, состоящую из 13 семистиший, т.е. из 91 строки.

Разделив ее золотым сечением (91:1,618 = 56,238), убеждаемся, что точка деления находится в начале 57-го стиха, где стоит короткая фраза: *"Ну ж был денек!".* Именно эта фраза представляет собой кульминационный пункт стихотворения.

Исследователи картины «Джоконда» обнаружили, что композиционное построение картины основано на двух золотых треугольниках, повернутых друг к другу своими основаниями. Гармонический анализ картины показывает, что зрачок левого глаза, через который проходит вертикальная ось полотна, находится на пересечении двух биссектрис верхнего золотого треугольника, которые с одной стороны, делят пополам углы при основании золотого треугольника, а с другой стороны, в точках пересечения с бедрами золотого треугольника делят их в пропорции Золотого сечения. Таким образом, Леонардо Да Винчи использовал в своей картине не только принцип симметрии, но и Золотое сечение.



Рисунок 5. Картина Леонарда Да Винчи «Джоконда»

1. **Практические исследования**

Теперь применим полученные знания на практике. Проведем измерения среди учащихся 10 класса, моих одноклассников:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Имя | Рост | Расстояние от пупка до пола | $$φ$$ |
| Егор Ф. | 172 | 112 | 1,535 |
| Игорь Ф. | 177 | 107 | 1,654 |
| Женя В. | 174 | 108 | 1,611 |
| Ксения Ч. | 170 | 104 | 1,634 |
| Саша Т. | 173 | 105 | 1,648 |
| Катя К. | 165 | 98 | 1,683 |

В эксперименте приняли участие 6 обучающихся 10 класса: 3 девочки и 3 мальчика. Измерялся рост и расстояние от пупка до пола. Результаты отражены в таблицы. Один обучающийся практически идеального телосложения для него отношение роста к расстоянию от пупка до пола равно 1,611. Ещё четыре обучающихся очень близки к золотому сечению, $φ=1,612$.

В результате проведенных измерений 83 % участников имеют практически идеальные параметры.

Дальше мы стали искать золотое сечение в лицах.

|  |
| --- |
| Егор |
| Высота лица 21 | ширина лица 17 | 1,235 |
| высота лица 21 | расстояние от кончика подбородка до центральной точки соединения губ 3 | 7 |
| ширина рта 6 | ширина носа 3 | 2 |
| ширина носа 4 | расстояние между ноздрями 2,5 | 1,6 |
| расстояние между зрачками 5,5 | расстояние между бровями 3 | 1,83 |
| Ксюша |
| Высота лица 18,5 | ширина лица 13 | 1,423 |
| высота лица 18,5 | расстояние от кончика подбородка до центральной точки соединения губ 4 | 4,625 |
| ширина рта 6 | ширина носа 4 | 1,5 |
| ширина носа 3 | расстояние между ноздрями 2,5 | 1,2 |
| расстояние между зрачками 5,5 | расстояние между бровями 2,5 | 2,2 |
| Игорь |
| Высота лица 20 | ширина лица 14 | 1,428 |
| высота лица 16,1 | расстояние от кончика подбородка до центральной точки соединения губ 4,5 | 3,577 |
| ширина рта 5 | ширина носа 4 | 1,25 |
| ширина носа 4 | расстояние между ноздрями 2,5 | 1,6 |
| расстояние между зрачками 6 | расстояние между бровями 3 | 2 |

Для первого и второго испытуемого мы видим, что 2 отношения из 5 близки к золотому сечению. Для третьего испытуемого 3 отношения из 5 близки к золотому сечению.

При выполнении работы я убедилась, что природа сама творит красоту по законам математики.Я изучила и проанализировала проявление чисел последовательности Фибоначчи в окружающей нас действительности.

Мир живой природы предстает перед нами совсем иным - подвижным, изменчивым и удивительно разнообразным. Жизнь демонстрирует нам фантастический карнавал разнообразия и неповторимости творческих комбинаций! Мир неживой природы - это прежде всего мир симметрии, придающий его творениям устойчивость и красоту. Мир природы - это прежде всего мир гармонии, в которой действует "закон золотого сечения". Не менее интересен и мир психологии.

Узнала, что закономерности этого числового ряда, проявляются практически везде вокруг нас. Обнаружила удивительную математическую связь между числом спиралей у растений, числом веток в любой горизонтальной плоскости, строением человеческого тела и числами в последовательности Фибоначчи.Я узнала, что такое числа Фибоначчи. Как их вычислять и где они применяются.

“Золотое сечение” представляется тем моментом истины, без выполнения которого не возможно, вообще, что-либо сущее. Что бы мы ни взяли элементом исследования, “золотое сечение” будет везде.

Найдя ответ на один вопрос, получишь следующий. Разгадаешь его, получишь два новых. Разберёшься с ними, появится ещё три. Решив и их, обзаведёшься пятью нерешёнными. Потом восьмью, потом тринадцатью, 21, 34, 55...

**Список литературы:**

1. Васютинский, Н. Золотая пропорция/ Васютинский Н, Москва, Молодая гвардия, 1990, - 238[2] с. - (Эврика).
2. Воробьев, Н.Н. Числа Фибоначчи, (Серия «Популярные лекции по математике»)/ Воробьев Н.Н., Москва, «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1978, 144 с.
3. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0_%D0%A4%D0%B8%D0%B1%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%87%D1%87%D0%B8>
4. <https://hr-portal.ru/article/chisla-fibonachchi-sensitivnye-periody-zhizni-i-ih-kody>
5. <https://aif.ru/society/science/vysshaya_matematika_zhizni_gde_v_prirode_vstrechayutsya_chisla_fibonachchi>