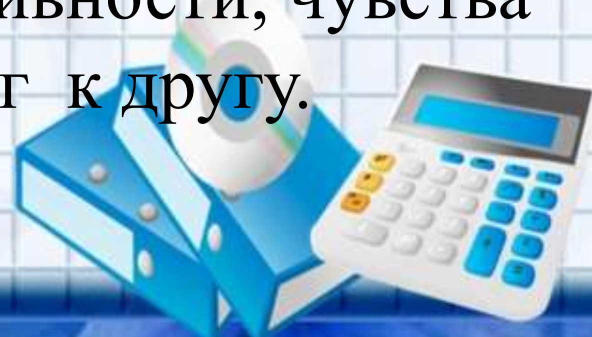
Решение логарифмических уравнений

Автор: Булатасова Гульдар Хурматовна
Преподаватель «Няганского технологического колледжа»

Цели урока:

- повторить определение логарифма;
- закрепить основные свойства логарифмов;
- способствовать формированию умения применять свойства логарифмов при решении уравнений;
- развивать математическое мышление; технику вычисления; умение логически мыслить и рационально работать;
- воспитание познавательной активности, чувства ответственности, уважения друг к другу.



Продолжи предложение….

1. *Логарифмом числа* **b** *по* **основанию** *…………… а называется* **показатель** *………………. степени, в которую нужно* **возвести** *……………. основание а, чтобы получить число* **b**.
2. *Основание и число, стоящее под знаком логарифма, должны быть* **положительными** *……….*
3. *Если основание а =* **10** *…., то такой логарифм называется десятичным и обозначается* lg b.

Разминка

$lq0,01$

$loq_3 81$

$lq12 - lq120$

$loq_9(-9)$

$loq_5 1$

$lq0,0001$

$5^{loq_5 7}$

$loq_6 216$

$loq_7 49$

$loq_9 \frac{1}{9}$

$loq_6 18 + loq_6 2$

Установите соответствие

1) $\log_{\grave{a}} 1$

2) $\log_{a} a$

3) $\log_{c} a + \log_{c} b$

4) $\log_{c} a - \log_{c} b$

5) $\log_{a} b^{n}$

6) $\log_{a^{n}} b$

7) $a^{\log_{a} b}$

1) $\log_{\tilde{n}}(a \cdot b)$

2) b

3) $n \cdot \log_{a} b$

4) 0

5) 1

6) $\log_{c}(\frac{a}{b})$

7) $\frac{1}{n} \cdot \log_{a} b$

Логарифм и ОДЗ

$$\log_a b = X$$

$$a^x = b$$

b? **a?**

Логарифм и
ОДЗ
ВМЕСТЕ
трудятся
везде!

Методы решения

1) по определению логарифма;
2)функционально-графический метод;
3)метод потенцирования;
4)метод введения новой переменной;
5)приведение к одному основанию

Метод решения хорош, если с самого начала мы можем предвидеть – и в последствии подтвердить это, что, следуя нашему методу, мы достигли цели.

Лейбниц

Пути решения уравнений

1

- ***Решить уравнение, выбрав метод решения***
- ***Проверить найденные корни непосредственной подстановкой в исходное уравнение***

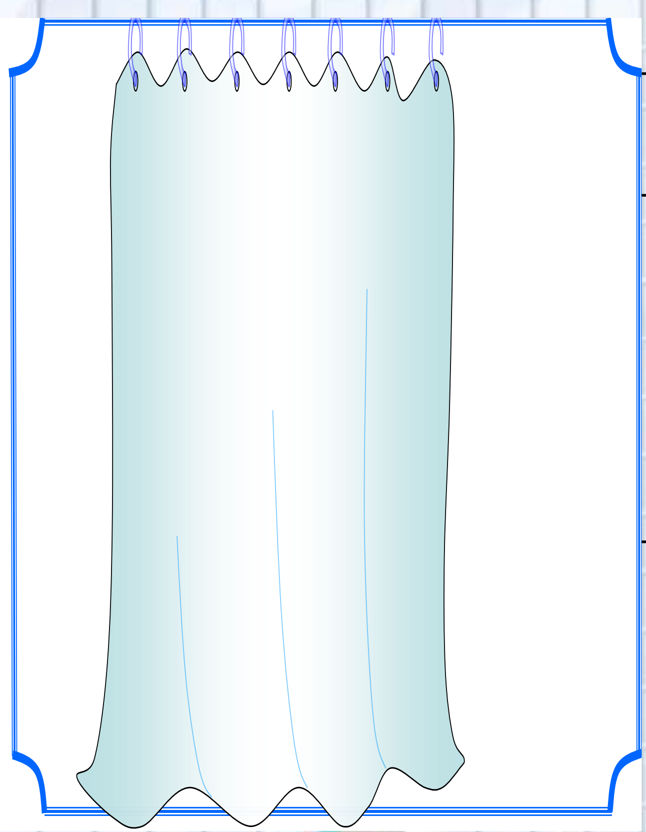
2

- ***Найти область допустимых значений (ОДЗ) переменной***
- ***Решить уравнение, выбрав метод решения***
- ***Выяснить, удовлетворяют ли корни решённого уравнения ОДЗ***

3

- ***Заменить уравнение равносильным уравнением или равносильной системой***

Уравнение	*Решение*
а) $\log_a x = b,\ \ a > 0$ и $a \neq 1$	
б) $\log_a f(x) = b,\ a > 0$ и $a \neq 1.$	
в) $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, $a > 0$ и $a \neq 1.$	
г) $\log_{g(x)} f(x) = b$	



Решение простейшего логарифмического уравнения

основано на применении определения логарифма и решении равносильного уравнения

Пример

$$\log_2(3x-5)=4$$

$$3x-5=2^4$$

$$3x=16+5$$

$$3x=21$$

$$x=7$$

Метод потенцирования

- Под потенцированием понимается переход от равенства, содержащего логарифмы, к равенству, не содержащему их:
  если $\log_a f(x) = \log_a g(x)$,
  то $f(x) = g(x)$,
  решив полученное равенство, следует сделать проверку корней.

Пример:

$$\log_7(3x+4)=\log_7(5x+8)$$

$$3x+4=5x+8$$

$$3x-5x=8-4$$

$$-2x=4$$

$$x=-2$$

Проверка: при $x=-2$

левая и правая части уравнения не имеют смысла

Ответ: нет решения

Работа в парах. Решите уравнения.

$\log_2(x-8)=4$ — X=24

$\lg x = 11 - x$ — X=10

$\lg x^2 = 2$ — X=-10 и X=10

$\log_2 x + 4\log_4 x = 12$ — X=16

$\log_2 \log_3 \log_4 x = 0$ — x=64

$x^{\lg x} = 100x$;

Проблема? → **Цель?**

$$x^{\lg x}=100x;$$

1) ОДЗ: $x > 0$

2) Т. к. обе части уравнения положительны, то прологарифмируем их по основанию 10, получим

$$\lg x^{\lg x}=\lg(100x);$$

$$\lg x\cdot\lg x=\lg(100x)$$

$$\lg^2 x = \lg 100 + \lg x$$

$$\lg^2 x - \lg x - 2=0$$

$$x=100,\ x=0{,}1$$

Ответ: $x=100$, $x=0{,}1$

Первичное закрепление

$$X^{\lg x+2} = 1000$$

1) ОДЗ: X>0
2) Т. к. обе части уравнения положительны, то логарифмируя их по основанию 10, получим:

$$\lg x^{\lg x+2} = \lg 1000$$

$$(\lg x+2)\cdot\lg x=\lg 1000$$

$$\lg^2 x+ 2\lg x- 3=0$$

$$\lg x=y$$

$$y^2 + 2y- 3=0$$

$$y=- 3,\ y=1.$$

$$\lg x=- 3,\ x=10^{-3}=0{,}001;$$

$$\lg x=1,\ x=10$$

Ответ: 0,001; 10.

Самостоятельная работа

Решите уравнения методом логарифмирования

$$x^{\lg x}=x^{100};$$

$$x^{0,5\lg x}=0,01x^{2};$$

$$X^{2\log_3 x}=3^{\log_3 3x}$$

Самопроверка

$x^{\lg x}=x^{100}$;

1)ОДЗ: x>0

2) $\lg x^{\lg x}=\lg x^{100}$;

$\lg^2 x = 100\lg x$

$\lg^2 x - 100\lg x = 0$

$\lg x(\lg x – 100) = 0$

$\lg x = 0$ или

$\lg x = 100$

$x = 1$ или $x = 10^{100}$

Ответ: $x=1$, $x=10^{100}$

$x^{0,5\lg x}=0,01x^2$;

1)ОДЗ: x>0

2) $\lg x^{0,5\lg x}=\lg 0,01x^2$;

$0,5\lg x\lg x – (-2+2\lg x)=0$

$0,5\lg^2 x - 2\lg x+2=0$

$\lg^2 x - 4\lg x +4 =0$

$(\lg x -2)^2=0$

$\lg x =2$

$x=100$

Ответ: $x=100$

$X^{2\log_3 x}=3^{\log_3 3x}$

1)ОДЗ:x>0

2) $\log_3 X^{2\log_3 x}=\log_3 3^{\log_3 3x}$

$2\log_3 x\cdot\log_3 x=\log_3(3x)\cdot\log_3 3$

$2\log_3^2 x = 1+\log_3 x$

$2\log_3^2 x -1-\log_3 x=0$

$X=10$ или $x=3^{-0,5}$

$X=\sqrt{3}/3$

Ответ: $x=10$,

$X=\sqrt{3}/3$

$$x^{\log_5 x}=x^{10};$$

1) ОДЗ: $x>0$
2) Т. к. обе части уравнения положительны, то прологарифмируя их по основанию 5, получим

$$\log_5 x^{\log_5 x}=\log_5 x^{10};$$

$$\log^2_5 x = 10\log_5 x$$

$$\log^2_5 x - 10\log_5 x = 0$$

$$\log_5 x(\log_5 x - 10) = 0$$

$$\text{Log}_5 x = 0 \text{ или } \log_5 x = 10$$

$$x = 1 \text{ или } x = 5^{10}$$

Ответ: $x = 1$ или $x = 5^{10}$

ДЖОН НЕПЕР
(1550-1617)

- Шотландский математик – изобретатель логарифмов.
В 1590-х годах пришел к идее логарифмических вычислений и составил первые таблицы логарифмов, однако свой знаменитый “Описание удивительных таблиц логарифмов” опубликовал лишь в 1614 году.
- Ему принадлежит определение логарифмов, объяснение их свойств, таблицы логарифмов синусов, косинусов, тангенсов и приложения логарифмов в сферической тригонометрии.

Кроссворд

				1	н	о	**л**	ь								
			2	о	с	н	**о**	в	а	н	и	е				
3	ч	а	с	т	н	о	**г**	о								
			4	п	о	к	**а**	з	а	т	е	л	ь			
		5	н	е	п	е	**р**									
	6	д	е	с	я	т	**и**	ч	н	ы	й					
7	л	о	г	а	р	и	**ф**	м	и	р	о	в	а	н	и	е
			8	с	у	м	**м**	е								

4. Логарифмом числа b по основанию a называют … возвести a, чтобы получить b.

8. Логарифм произведения … равен … логарифмов этих чисел…

А МУЗЫКА М

Спасибо за урок!