Министерство науки и высшего образования РФ

ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»

Институт математики, информационных технологий и физики

Кафедра математического анализа

Направление 01.03.01 «Математика»

Выпускная квалификационная работа

(дипломная работа)

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУРСА ПО ВЫБОРУ «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ИГР» ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 8** – **9 КЛАССОВ**

Студент группы:

гр. ОАБ – 01.03.01– 41

Вшивцева Алена Юрьевна

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Научный руководитель:

к.ф. – м.н., доцент

Латыпова Наталья Владимировна

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой:

к.ф. – м.н., доцент

Сметанин Юрий Михайлович

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2021 г.

Ижевск, 2021 год

**Содержание**

[Введение 3](#_Toc74319907)

[ГЛАВА 1. ТЕОРИТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИССЛЕДОВАНИЯ 5](#_Toc74319908)

[1.1 Теория игр: предмет и основные понятия 5](#_Toc74319909)

[1.2 Курс по выбору: сущность понятия и требования к содержанию 7](#_Toc74319910)

[1.3 Формы занятий и контроль знаний на курсах по математике 10](#_Toc74319911)

[Выводы по главе 1 11](#_Toc74319912)

[ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА КУРСА «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ИГР» 12](#_Toc74319913)

[2.1 Основные положения и рабочая программа курса по выбору 12](#_Toc74319914)

[Занятие 1. Знакомство с теорией игр 13](#_Toc74319915)

[Занятие 2. Теория игр. Основные понятия, классификация игр 16](#_Toc74319916)

[Занятие 3. Типы игр. Игры со стратегией 18](#_Toc74319917)

[Занятие 4. Знакомство с матрицей 20](#_Toc74319918)

[Занятие 5. Игра Баше 23](#_Toc74319919)

[Занятие 6. Матричные игры. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип минимакса 25](#_Toc74319920)

[Занятие 7. Игры с седловой точкой 28](#_Toc74319921)

[Занятие 8. Доминирование 31](#_Toc74319922)

[Занятие 9. Самостоятельная работа 33](#_Toc74319923)

[Занятие 10. Мини-конференция 35](#_Toc74319924)

[Выводы по главе 2 36](#_Toc74319925)

[Заключение 37](#_Toc74319926)

[Список использованных источников 38](#_Toc74319927)

[Приложение 1. Материалы к урокам 39](#_Toc74319928)

[Приложение 2. Дополнительные материалы 45](#_Toc74319929)

[Приложение 3. Награды за участие в конкурсах 57](#_Toc74319930)

# **Введение**

Основная идея обновления образовательных программ среднего общего образования – его профилизация. Введение курсов по выбору на этапе профильной подготовки приобретает особое значение для обучения основным дисциплинам, в частности, математике. Также стоит заметить, что в последние годы происходит разрыв между уровнем математических знаний выпускников школы и требованиями, которые предъявляют вузы. Поэтому разработка программ курсов по выбору является важной задачей современного школьного математического образования. Все вышесказанное обусловливает актуальность темы работы.

"Теория игр" – один из современных разделов математики, изучение которого в школе поможет сформировать у учащихся следующие умения: анализировать условие задачи, продумывать последовательность действий, направленных на ее выполнение, контролировать правильность своих действий на всех этапах работы и корректировать их в случаях допущенной ошибки. Другими словами, направить учащихся на формирование широкого спектра умений, которые будут необходимы в дальнейшей учебной и учебно-трудовой деятельности ребенка, а в будущем и любой профессиональной деятельности.

**Цель работы** – разработка курса по математике для учащихся 8-9 классов по теме «Элементы теории игр».

Для достижения поставленной цели необходимо было выполнить следующие **задачи:**

1. Проанализировать литературу по теме исследования.

2. Выявить глубину изучения элементов теории игр в школьном курсе математики, провести отбор материала с учетом возрастных особенностей учащихся.

3. Разработать программу курса по выбору «Теория игр» и спроектировать занятия.

Структура выпускной квалификационной работы состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемых источников и Приложений. Первая глава работы посвящена описанию основных положений и определению основных понятий теории игр. А именно: игра, правила игры, стратегия, оптимальная стратегия, ход. В ней также был рассмотрен необходимый теоретических объем знаний, для формирования курса по выбору, его структура, общие требования, формы занятий и методы контроля знаний. Во второй главе рассматривается проектирование 10 занятий по теме «Теория игр» в рамках курса по выбору. Обосновывается утверждение, что освоение данного курса, сформирует у учащихся фундаментальные знания по «Теории игр» и будет способствовать развитию логического мышления. В заключении подводятся итоги проведенного исследования и делаются выводы. В Приложениях представлены материалы к разработанным урокам.

# **ГЛАВА 1. ТЕОРИТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Первая глава посвящена описанию основных теоретических положений и определению основных понятий теории игр. А также исследуется необходимый объем знаний, для формирования курса по выбору, его структура, общие требования, формы занятий и методы контроля знаний.

## **1.1 Теория игр: предмет и основные понятия**

Теория игр — раздел математики, предметом которого является изучение математических моделей принятия оптимальных решений в условиях конфликта. Конфликтная ситуация — это ситуация, в которой сталкиваются интересы двух и более противодействующих сторон, преследующих различные цели (несовпадающие полностью или частично). Целями сторон конфликта является выбор таких решений, которые позволяют достичь успеха в заданных условиях. Однако, в случае противоположно направленных целей двух сторон, максимизация выигрыша одного будет означать максимизацию проигрыша другого, если же сторон более двух, то это ведет к уменьшению их возможных выигрышей.

Отсюда следует, теория игр — это математическая теория конфликтных ситуаций, разрабатывающая рекомендации по наиболее рациональному образу действий каждого из участников в ходе конфликтной ситуации, т.е. таких действий, которые обеспечивали бы ему наилучший результат [3]. Также необходимо учесть, что разработка методов и рекомендаций теории игр применяется для конфликтных ситуаций, которые многократно повторяются. В случае если конфликтная ситуация реализуется однократно или ограниченное число раз, то рекомендации теории игр теряют смысл.

Отличием игры от реального конфликта является то, что в игре соблюдаются определенные правила. На основе этих правил устанавливается последовательность и количество ходов, результат игры в целом. Теория игр, как и всякая математическая модель, имеет собственные ограничения. Одним из них считается предположение о абсолютной (идеальной) разумности противников. В реальном конфликте нередко лучшая стратегия — это найти слабое место противника и использовать это в свою пользу.

К сожалению, одним из недостатков теории игр является необходимость знания всех или большинства возможных стратегий противника, дабы использовать эту информацию для построения победной стратегии. Но в реальном конфликте все иначе: знание всевозможных стратегий нереально, поэтому лучшим решением является импровизация и использование абсолютно новых неожиданных стратегий.

Грамотно используя все знания из теории игр, человек может выработать приемлемые для большинства реальных конфликтных ситуаций тактику или стратегию.

Ознакомимся с основными понятиями теории игр. Математическая модель конфликтной ситуации называется игрой, стороны, участвующие в конфликте — игроками, а исход конфликта — выигрышем.

В теории игр предполагается, что игра состоит из ходов, выполняемых игроками одновременно или последовательно. Ходы могут быть личными и случайными. *Личный ход* — это сознательный выбор игроком одного из возможных действий (например, ход в шахматной игре). *Случайный ход* — это случайно выбранное действие (например, выбор карты из перетасованной колоды или бросание монеты). Совокупность ходов, предпринятых игроками от начала до окончания игры, называется *партией* [10].

Оказывается, игры бывают антагонистические и неантагонистические, бескоалиционные и кооперативные, позиционные и динамические, и даже игры с «линией жизни», и игра с преследованием с ограниченным временем. Есть в теории игр и «общая теория полезности», и еще много других интересных видов, необходимых для решения важных практических задач.

Игра называется *игрой с нулевой суммой, или антагонистической*, если выигрыш одного из игроков равен проигрышу другого, т.е. для полного задания игры достаточно указать величину одного из них.

Одним из основных понятий теории игр является понятие стратегии. *Стратегией* игрока называется совокупность правил, определяющих выбор варианта действий при каждом личном ходе в зависимости от ситуации, сложившейся в процессе игры. Обычно в процессе игры при каждом личном ходе игрок делает выбор в зависимости от конкретной ситуации. Игра называется конечной, если у каждого игрока имеется конечное число стратегий, и бесконечной — в противном случае [3].

Стратегия игрока называется оптимальной, если она обеспечивает данному игроку при многократном повторении игры максимально возможный средний выигрыш или минимально возможный средний проигрыш, независимо от того, какие стратегии применяет противник [2].

Целью теории игр является определение оптимальной стратегии для каждого игрока. При выборе оптимальной стратегии естественно предполагать, что оба игрока ведут себя разумно с точки зрения собственных интересов.

## **1.2 Курс по выбору: сущность понятия и требования к содержанию**

Профильное обучение является одним из ведущих направлений прогрессивной образовательной системы, цель которой — это личностное самоопределение. Для достижения представленной цели могут использоваться курсы по выбору, которые показали себя как действенный метод предоставления учащимся дополнительных знаний в интересующей их области.

Курс по выбору — это учебный курс, рассматривающий конкретные, специализированные проблемы науки, культуры и технологии, знание которых не является обязательным для обучающихся, однако учащийся способен выбрать данную программу для изучения по собственному желанию. Подобные курсы не должны повторять программу среднего образования.

Курсы по выбору развивают интеллектуальные способности школьников, расширяют их кругозор, а также учат анализировать обсуждаемый материал. Курсы дают возможность применить новейшие технологии для лучшего усвоения материала: школьники с радостью ищут дополнительную информацию, используя для этого электронные книги и библиотеки [6;7].

Можно определить следующие *функции* курсов по выбору:

1. Они могут помочь ученикам с выбором специализации и последующим избранием собственной профессии, т.е. направлены на профориентацию учащихся.
2. Курсы выполняют роль некоторого дополнения к базовому курсу, позволяющего углубить и расширить познания обучающегося в интересующей его направленности.

*Выделяют три основных вида курсов:*

1. Предметные — расширяют знания по конкретному школьному предмету.
2. Межпредметные — объединяют знания по нескольким предметам.
3. Курсы по предметам, которые выходят за рамки школьного курса.

Курсы по выбору решают следующие *задачи*:

1. Удовлетворение образовательных потребностей учеников.
2. Осуществления индивидуализации обучения.
3. Создание условий для проверки учащимся правильности выбора направления дальнейшего обучения, который связан с определенным видом профессиональной деятельности.
4. Помощь старшекласснику, который выбрал образовательную область для более детализированного изучения, дабы познать разнообразие видов работы, которые связаны с ней.
5. Развитие содержания базового курса математики, изучение которого в данной школе осуществляется на минимальном общеобразовательном уровне, что позволяет поддерживать на профильном уровне или получать дополнительную подготовку для сдачи экзамена по математике.
6. Дополнение содержания профильного курса математики; выступают его надстройкой, что позволяет профильному курсу быть в абсолютной мере углублённым.
7. Удовлетворение всевозможных познавательных интересов школьников, выходящих за рамки избранного ими профиля, в различных сферах человеческой деятельности.

Одним из основных моментов в обучении с помощью курсов по выбору является самообразование. Это выражается в том, что школьник ответственно подходит к подготовке, так как самостоятельно выбрал данный предмет, и он его действительно интересует.

Подводя итоги, можно сделать умозаключение, что курсы по выбору предоставляют возможность, помочь в изучение математики, являющейся профильным предметом, на выбранном профильном уровне, а также используются для внутри профильной специализации обучения и построения индивидуальных образовательных траекторий обучающихся.

Изучим отдельные требования и рекомендации, которые играют огромную роль при разработке курсов по выбору.

В процессе разработки программы курса нужно:

1. Выделить цель курса и его функцию в рамках выбранного профиля.
2. Показать отличительные моменты, входящие в содержание курса от содержания учебного предмета в рамках выбранного профиля.
3. Разбить содержание программы курса по темам и определить необходимое количество часов на каждую из них.
4. Продумать образовательные продукты, создаваемые в процессе освоения материалов курса.
5. Выявить обеспеченность курса различными учебно-методическими материалами и при необходимости доработать их.
6. Составить список литературы необходимый для учителя и обучающихся.
7. Выделить основные виды деятельности школьников и определить долю их самостоятельности, творчества ученика при изучении курса.
8. Определить критерии, с помощью которых можно оценить успешность освоения курса.
9. Продумать форму отчетности учащихся по итогам освоения программы курса (проект, реферат, выступление и т.д.) [8;9].

Содержание курса может:

1. Представлять собой углубленный вариант определенного раздела базового курса. Подобные курсы призваны посодействовать учащемуся подготовиться к ЕГЭ.
2. Работать основой для внутри профильной специализации обучения.
3. Представлять собой введение в соответствующую этому предмету профессию. Похожие курсы гарантируют умелое самоопределение и знакомят с ведущими принципами профессиональной деятельности.
4. Служить удовлетворением познавательных интересов школьников в сферах, выходящих за рамки избранного им профиля.

Подобный дополнительный курс становится углубленным, а класс, в котором он исследуется, преобразуется в класс с более глубоким и детализированным изучением отдельных дисциплин.

## **1.3 Формы занятий и контроль знаний на курсах по математике**

Введение курсов по выбору в программу школы, безусловно, требует использования многообразия форм и методов обучения.

При выборе форм и методов обучения на занятиях принципиально важно принимать во внимание структуру и содержание курса, степень становления и подготовки учащихся, их внимание к тем или иным разделам программы.

Рассмотрим возможные формы организации занятий курса. К ним относятся:

1. Лекции.
2. Беседы.
3. Дискуссии.
4. Групповые соревнования.
5. Игры.
6. Теоретические практикумы по решению задач.
7. Практическая и исследовательская работа в группах и индивидуально.
8. Создание проектов.

При всем этом дифференцированный подход к обучению производится методом выбора задач и работ, которые содержат разные уровни трудности [1;6].

Результатом освоения программы также может считаться представление собственных достижений по темам содержания курса по выбору, персональной творческой работы по выбору учащихся или работа в форме проектной деятельности.

## **Выводы по главе 1**

Таким образом, в первой главе были рассмотрены основные теоретические положения и основные понятия теории игр. Было сформулировано и дано определение теории игр, а также были затронуты такие понятия как: игра, правила игры, стратегия, оптимальная стратегия, партия, ход. Подводя итоги изучения основных характеристик игры, была выделена важность такого аспекта, как: эффективность выбранных решений по ходу игры (конфликта) каждого из участника, что также существенно зависит и от действий другой стороны. Важной проблемой является и то, что не всегда при выборе оптимальной стратегии нам удастся достичь желаемого результата.

Как результат изложения теоретического материала в первой главе, был рассмотрен необходимый объем знаний, для формирования курса по выбору, направленного на развитие логического мышления и интеллектуальных способностей учащихся.

# **ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА КУРСА «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ИГР»**

В данной главе описывается процесс разработки и проектирования занятий по теме «Элементы теории игр» для учащихся 8-9 классов в рамках школьного курса по выбору. Всего было разработано 10 занятий. Представим основные положения предлагаемого курса и его рабочую программу.

## **2.1 Основные положения и рабочая программа курса по выбору**

Математические знания и представления о роли математики в нашем мире стали важными компонентами общей культуры. Курсы по выбору не только углубляют познания учащихся по основному курсу, но и дают возможность учащимся научиться решать более сложные задачи.

Предлагаемый курс «Элементы теории игр» рассчитан на учащихся 8-9 классов. Он основан на базовом уровне владения математическими знаниями и дополнительно требуется лишь введение понятия матрицы. Курс по выбору рассчитан на 10 часов, которые проводятся в течение учебного времени по 1 часу в неделю.

Курс направлен на формирование интеллектуальных способностей, развитие логического мышления и познавательного интереса учеников. Освоение предмета содействует последующему развитию таких умений, как: корректное составление алгоритмов, моделирование, прогнозирование, организация собственной деятельности [6;8].

***Цели курса:***

* Овладение конкретными математическими знаниями, важными для применения в практической деятельности, для продолжения образования.
* Формирование качеств прикладного стиля мышления, необходимого для продуктивной жизни в обществе.
* Формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как форме описания и методе познания действительности.
* Формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, понимания значимости математики для общественного прогресса.

***Задачи курса****:*

* Развитие интеллектуальных умений учащихся.
* Расширение сферы математических знаний.
* Реализация внутрипредметных связей.

***Учебно-тематический план занятий***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п/п | Тема | Количество часов |
| 1 | Знакомство с теорией игр. | 1 |
| 2 | Теория игр. Основные понятия, классификация игр. | 1 |
| 3 | Типы игр. Игры со стратегией. | 1 |
| 4 | Знакомство с матрицей. | 1 |
| 5 | Игра Баше. | 1 |
| 6 | Матричные игры. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип минимакса. | 1 |
| 7 | Игры с седловой точкой. | 1 |
| 8 | Доминирование. | 1 |
| 9 | Самостоятельная работа. | 1 |
| 10 | Мини-конференция. | 1 |
|  | **ИТОГО** | 10 |

## **Занятие 1. Знакомство с теорией игр**

*Вид занятия:* урок—беседа.

*Цели:*

* Актуализировать требования к ученику со стороны учебной деятельности.
* Создание условий для возникновения у учеников внутренней потребности включения в учебную деятельность.

*Личностные УУД:* Самоопределение.

*Регулятивные УУД:* Целеполагание.

*Коммуникативные УУД:* Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации, развитие умения ясно, точно и грамотно излагать свои мысли.

*Предметные УУД:* Поиск информации, выдвижение гипотез и их обоснование, анализ и синтез, установление причинно-следственных связей.

Основная часть занятия.

Приветствие учащихся. Проверка учителем готовности класса к уроку; организация внимания.

Добрый день!

— Я рада видеть ваши лица, ваши глаза. И думаю, что сегодняшний урок принесёт нам всем радость общения друг с другом.

— Каким бы вы хотели видеть наш сегодняшний урок? С каким настроением вы его начинаете?

Работа в тетради.

— Каждое открытие надо записать в рабочий блокнот. Это наши тетради. Запишите сегодняшнее число, классная работа.

*Игра «Кто первым назовет число 100».*

Играют двое. Один называет любое целое число от 1 до 9 включительно. Второй прибавляет к названному числу любое целое число от 1 до 9 и называет сумму, к этой сумме первый вновь прибавляет любое целое число от 1 до 9 и называет новую сумму, и т. д. Выигрывает тот, кто первым назовет число 100.

Затем идёт обсуждение. Нетрудно обнаружить способ игры второго, иначе говоря, стратегию второго, которая обеспечивает ему победу: «добавлять до числа, кратного 10». Если, к примеру, первый назвал 4, второй прибавляет 6 и называет сумму 10. Если первый прибавит 9 и назовёт сумму 19, второй прибавит 1 и назовёт 20. Ясно, что как бы ни играл начинающий, второй при такой стратегии назовёт первым число 100. если он хоть раз ошибётся, то этой стратегией неминуемо воспользуется первый и победит.

*Теория игр* — математическая дисциплина, исследующая ситуации, в которых принятие решения зависит от нескольких участников, или математическая теория конфликтных ситуаций.

Физкультминутка (2 мин).

Далее презентация (см. Приложение 1).

Дать учащимся возможность поиграть, а затем поставить задачу: какие числа должен подбирать второй игрок, чтобы всегда выигрывать, независимо от числа, которое предлагает первый игрок.

Домашнее задание:

1. Разбиться на пары. *Игра. «Поставь на ноль».* Возьмём полоску клетчатой бумаги и занумеруем клетки числами 0, 1, 2, …, 14. На одной из 15 клеток стоит фишка. Двое игроков по очереди передвигают фишку влево на 1, 2, 3 или 4 клетки. Проигрывает тот, кому некуда ходить.
2. Индивидуальные задания учащимся на выбор: подготовка рефератов различной тематики:
   1. Понятие игры. Участники. Действия. Интересы. Коалиции. Оптимальность. Равновесие.
   2. Кооперативные игры.
   3. Антагонистические игры.
   4. Требование к реферату: Тезисы реферата оформляются в печатной форме 1 стр., время доклада 5 – 7 мин.

## **Занятие 2. Теория игр. Основные понятия, классификация игр**

*Вид занятия:* урок-лекция.

*Цель:* УВМ (учебно—воспитательный момент).

*Регулятивные УУД:* Волевая саморегуляция, контроль, при необходимости коррекция.

*Личностные и коммуникативные УУД:* Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации.

*Предметные УУД:* Поиск информации, выдвижение гипотез и их обоснование, анализ и синтез, установление причинно-следственных связей.

Основная часть занятия.

Учитель приветствует класс, отмечает отсутствующих. Фронтальный осмотр и проверка готовности к уроку.

Объяснение нового материала с использованием презентации «Теория игр».

Записываем определения в тетрадь.

*Конфликтная ситуация* — ситуация, где налицо две стороны, преследующие противоположные цели (столкновение, противоборство целей, интересов).

*Отличие игры от конфликта* — ведение счёта по определённым правилам.

*Правила игры* — система условий, регламентирующих возможные варианты действий обеих сторон; объем информации каждой стороны о поведении другой; последовательность, чередование ходов, а также результат или исход игры.

*Игрок* — участник конфликтной ситуации.

*Ход игры* — выбор одного из предусмотренных правилами игры вариантов.

*Личный ход* — сознательный выбор одним из игроков одного из возможных в данной ситуации ходов и его осуществление. Например, в шахматах, шашках — любой ход игрока зависит от предыдущих ходов.

*Случайный ход* — выбор из ряда возможностей, осуществляемых не решением игрока, а каким—либо механизмом случайного выбора. Например, бросание костей, монеты, раздача карт и т.д.

*Стратегия игрока* — совокупность правил, однозначно определяющих выбор при каждом личном ходе данного игрока в зависимости от ситуации, сложившейся в процессе игры.

*Оптимальная стратегия* — такая стратегия, которая обеспечивает игроку наилучшее положение в данной игре, то есть максимальный выигрыш.

*Тактика* — локализованный вариант реализации выбранной стратегии.

*Блеф* — действие игрока с целью дезинформации противника о своих реальных возможностях и целях.

Примечание. В одноходовой игре понятие тактики и стратегии совпадают. При неоднократном повторении одноходовой игры появляется возможность формирования стратегии.

*Риск* — действие наудачу с надеждой на благоприятный исход.

Физкультминутка (2 мин)

Далее презентация.

1) Рассмотрим следующую игру: На поле 10×10 находится фишка. За один ход ее можно переместить на любое количество клеток вправо или вниз, либо по диагонали вправо и вниз. Два игрока по очереди делают ходы. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Ясно, что проигрышная позиция здесь только одна — это правый нижний угол.

Получается, что если за один ход можно попасть в эту клетку, то ты гарантированно придешь к победе. Поставим «+» во все такие клетки (см. Приложение 1).

Далее проставим знаком «–» клетки из которых нельзя попасть в «–» за 1 ход, но любой ход приводит в клетку «+» (см. Приложение 1).

Рассматривая данную игру, можно прийти к выводу, что стратегией мы будем называть некоторый алгоритм планирования.

Для каждой стратегии существует некоторый гарантированный результат игры — это минимальный результат среди всех результатов, которые получаются, если рассматривать все варианты игры противника при этой стратегии. Дж. фон Нейман предложил использовать такую стратегию, которая обеспечивает наибольший гарантированный результат.

Однако таких вариантов очень много и справиться с перебором всех не может ни только человек, но и компьютер. При этом человек «интуитивно» может отбрасывать некоторые из неперспективных вариантов, основываясь на не совсем логичных обоснованиях. Такие обоснования называются эвристиками.

Домашнее задание

* Выучить (запомнить) основные понятия.
* Найти пример простых игр и разобраться в ее стратегии (можно привести пример из реальной жизни) и что будет означать в этой игре каждый изученный на занятиях термин.

## **Занятие 3. Типы игр. Игры со стратегией**

*Вид занятия:* урок—беседа.

*Регулятивные УУД:* Волевая саморегуляция, контроль, при необходимости коррекция.

*Личностные и коммуникативные УУД:* Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации, развитие умения ясно, точно и грамотно излагать свои мысли.

*Предметные УУД:* Поиск информации: выдвижение гипотез и их обоснование: анализ и синтез, установление причинно-следственных связей.

Проверка домашнего задания.

Цель: Актуализация изученного ранее материала

Учитель сообщает задание (подготовить ответы на следующие вопросы):

1. Что такое теория игр?
2. На какие игровые ситуации делятся все позиции?
3. Что такое конфликтная ситуация?
4. Чем отличается игра от конфликта?

Предполагаемые ответы:

1) Теория игр — раздел прикладной математики по поиску выигрышной стратегии. 2) Все позиции делятся на выигрышные и проигрышные. 3) Конфликтная ситуация — ситуация, где налицо две стороны, преследующие противоположные цели (столкновение, противоборство целей, интересов). 4) Отличие игры от конфликта — ведение счёта по определённым правилам.

Учитель проверяет и в конце выделяет похвалой наиболее активных учеников, справившихся с заданием.

Основная часть занятия.

Учащиеся разбиваются на пары.

*«Игра в число».* Условия игры таковы: Каждый пишет на листочке бумаги число от 0 до 100; По формуле определяем число С=2/3\*S, (S — Среднее арифметическое предоставленных результатов). Победитель тот, у кого написанное число окажется ближе к С. Результаты игры таковы: 1) …, 2) …

После подведения итогов игры учащиеся заинтересовались выигрышной стратегией.

Эта игра демонстрирует разницу между абсолютно рациональным поведением и реальными действиям и игроков. Представим себе, что все участники игры действуют полностью рационально и, что не менее важно, знают, что остальные также действуют рационально и не сговариваются друг с другом. Какое же число будет оптимальным в такой ситуации? Очевидно, что нет смысла называть числа большие чем 66,(6), т.к. среднее арифметическое не может быть больше 100. Но, если все игроки рассуждают подобным образом, то все числа будут не больше чем 66,(6), значит, и среднее арифметическое не превысит этого числа. А значит, называть больше чем 2/3\*66,(6)=44,(4) снова нет смысла. Повторяя данное рассуждение бесконечно много раз, придём к выводу, что единственным правильным ходом будет число 1. Таким образом, если все игроки рассуждают рационально, то все они должны выбрать число 1. Однако в реальной жизни ситуация отличается. Даже если игрок рационален, он знает, что многие из его противников не рациональны, а значит ему придется учитывать, что их числа будут больше 0. Можно предположить, что большинство пришлет более-менее случайные числа, тогда средним будет 50, две трети от 50 приближенно равно 33. Если пойти дальше и предположить, что до числа 33 догадается достаточно много людей, то можно выбрать две трети от 33, т.е. 22. Дальнейшие итерации дадут ~15, ~10 и т.д., но кажется маловероятным, что так далеко будет просчитывать достаточно существенное число игроков.

Физкультминутка (2 — 3 мин.)

Далее презентация (см. Приложение 1).

Подведение итогов занятия.

## **Занятие 4. Знакомство с матрицей**

*Вид занятия:* Объяснение нового материала и рассмотрение практических примеров.

*Цели:*

* Актуализация изученного ранее материала.
* Изучение теоретического материала и формирование практических навыков при решении задач по теме: Матрицы. Операции с матрицами.

*Познавательные УУД:* структурирование собственных знаний.

*Коммуникативные УУД:* организация и планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками.

*Регулятивные УУД:* контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

*Предметные УУД:* Умение дополнять, уточнять высказанные мнения по существу полученного задания.

Совместная деятельность: разбор заданий, с целью выявления типичных ошибок, обсуждение правильных вариантов, коррекция подготовки учащихся по отдельным вопросам уже пройденных тем.

Проверка домашнего задания.

*Цель:* Актуализация изученного ранее материала.

Устная работа. Учитель сообщает задание (подготовить ответы на следующие вопросы):

1. Что называют выигрышной позицией?
2. В чем состоит стратегия игрока?

*Предполагаемые ответы:*

1) Выигрышная позиция – это такая позиция, в которой игрок, делающий первый ход, может гарантированно выиграть при любой игре соперника, если не сделает ошибку; при этом говорят, что у него есть выигрышная стратегия – алгоритм выбора очередного хода, позволяющий ему выиграть.2) Стратегия игрока состоит в том, чтобы перевести игру в проигрышную (для соперника) позицию.

Учитель проверяет и в конце выделяет похвалой наиболее активных учеников, справившихся с заданием.

Основная часть занятия.

Объяснение нового материала с использованием презентации «Матрицы».

Презентация (см. Приложение 1).

Пример 1. Дана матрица A размера 3×4: Матрица A состоит из трех строк и четырех столбцов. Элементы матрицы a11=5, а12= - 1, а34=7.

Пример 2. Найти сумму и разность матриц и.

Решение:

.

Свойства операции сложения матриц:

Свойства операции умножения матриц:

Пример 3. Найти произведение двух матрици

Решение:

Определитель матрицы. Вычисление определителя второго порядка.

Дана— квадратная матрица второго порядка.

Определителем второго порядка матрицы A называется число

. Из произведения элементов главной диагонали вычитаем произведение элементов побочной диагонали.

Физкультминутка (2 мин.)

Пример 4. Вычислить определитель второго порядка.

Небольшая самостоятельная работа и параллельно работа у доски:   
1) Найти сумму и разность матриц и; Ответ:

2) Найти произведение двух матрици; Ответ:

Домашнее задание.

*Цели:*

* Обеспечение понимания цели, содержания и способов выполнения домашнего задания.
* Ориентирование в своей системе знаний и осознание необходимости получения нового знания.

Решить примеры:

1) Найти сумму и разность матриц и. Ответ:

2) Вычислить определитель второго порядка. Ответ:

Подведение итогов занятия.

## **Занятие 5. Игра Баше**

*Вид занятия:* урок—лекция.

*Цель занятия:* Ввести новые понятия, проиллюстрировать их на примерах.

*Регулятивные УУД:* Волевая саморегуляция, контроль, при необходимости коррекция.

*Личностные и коммуникативные УУД:* Уметь добывать новые знания: находить ответы на вопросы, используя свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке.

*Предметные УУД:* Выдвижение гипотез и их обоснование, анализ и синтез, установление причинно-следственных связей.

Основная часть занятия.

Презентация по ходу занятия. (см. Приложение 1)

Исследование этой игры является актуальной задачей, поскольку игра Баше — важная задача теории игр, а теория игр в свою очередь — один из самых важных разделов прикладной математики. Эта наука изучает стратегические взаимодействия между агентами, находит оптимальные стратегии в играх, в результате которых игрок получает наибольший платеж (выигрыш). Игра Баше — это математическая игра, в которой дана кучка из N предметов и каждый ход игрок достает из нее какое-то разрешенное натуральное число предметов (в классическом варианте можно брать от 1 до M предметов). Выигрывает тот, кто взял последний предмет из кучки.

1) Слайд 2. (см. Приложение 1)

Теория игр — одна из важнейших прикладных наук математики. В течение человеческой истории приходится решать задачи, когда сталкиваются интересы разных людей. Все такие взаимодействия — стратегические. Вот, например, вы глава мобильной компании. Перед вами задача — нужно что-то сделать с ценами на sim карты. У вас на рынке мобильной связи есть три конкурента, поведение которых непредсказуемо, но пока цены такие же. Но от них все зависит: ваш выигрыш в случае другого поведения конкурентов будет меняться. В теории игр есть понятие платежной матрицы — таблицы, которая показывает исход в зависимости от поведения игроков.

В матрице указаны платежи игроков — их выигрыш после такого поведения. Сначала указан их платеж, потом наш платеж. Если мы с конкурентами ничего не сделаем, то мы ничего и не получим, и наши платежи станут равными 0. Если мы повысим цены, а они нет, то многие наши бывшие клиенты, увидев, что у них дешевле, пойдут к ним (качество допустим тоже), и мы проиграем им 100.000.000 долларов (ну допустим). На оборот тоже работает. Если мы вместе договоримся поднять цены, и антимонопольная служба нас не найдет, то мы все получим такую сумму. Вот и решайте — что делать в такой ситуации.

Разумный ответ дает теория игр. Действие, ну или по-научному — стратегия: «Оставляем все как есть» является слабо-доминирующей, то есть как бы наш конкурент не поступил, этот вариант будет лучше или таким же по исходу, чем вариант «Поднимаем цены». Вот если, подняв цены с конкурентом, мы бы получали не 100.000.000 долларов, а раза в два больше, то тут уже можно было бы спорить. Вот пример стратегического взаимодействия, или игры. К сожалению, игру Баше так рассмотреть нельзя. Но ее можно представить, в виде дерева, а еще нарисовать карту выигрышных и проигрышных позиций. Плавно переходим к самой игре Баше.

Физкультминутка (3 мин.)

Вывод:Игра Баше – одна из важнейших задач теории игр. Для ее решения в простейших случаях можно использовать дополнения. Если кратные дополнения в данном случае не применимы, можно использовать метод выигрышных и проигрышных позиций. Так как для метода выигрышных и проигрышных позиций нужно много свободного времени, то можно передать поиск тактик по этому методу компьютерной программе.

Домашнее задание:Повторить основные понятия.

Подведение итогов занятия.

## **Занятие 6. Матричные игры. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип минимакса**

*Вид занятия:* Объяснение нового материала и рассмотрение практических примеров.

*Цели:*

* УВМ (учебно—воспитательный момент).
* Актуализация изученного ранее материала.

*Познавательные УУД:* Структурирование собственных знаний.

*Коммуникативные УУД:* Организация и планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками.

*Регулятивные УУД:* Контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

*Личностные УУД:* Оценивание усваиваемого материала.

*Предметные УУД:* Умение дополнять, уточнять высказанные мнения по существу полученного задания.

Проверка домашнего задания.

Обсуждение домашнего задания, если есть вопросы, то разбираем задачу у доски.

1) Решение:

2) Решение:

Основная часть занятия.

Изучение теоретического материала и формирование практических навыков при решении задач по теме «Матричные игры. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип минимакса».

Матричной игрой называется игра, осуществляемая по следующим правилам:

1. В игре участвуют два игрока.
2. Каждый из игроков обладает конечным набором стратегий.
3. Игра заключается в том, что каждый из игроков, не имея информации о действиях противника, делает один ход (выбирает одну из своих стратегий). Результатом выбора игроками стратегий является выигрыш и проигрыш в игре.
4. И выигрыш, и проигрыш выражаются числами.

Матричная игра называется игрой с нулевой суммой, если в этой игре выигрыш одного игрока равняется проигрышу другого игрока.

Каждая матричная игра с нулевой суммой имеет платежную матрицу. Для того чтобы построить эту матрицу, обозначим одного из игроков символом A, а другого − символом B, и предположим, что— стратегии, которые может применять игрок A, а — стратегии, которые может применять игрок B.

Матричная игра, в которой у игрока A имеется m стратегий, а у игрока B − n стратегий, называется игрой типа

Рассмотрим матрицу (Слайд 3), у которой элементы равны выигрышам игрока A (и проигрышам игрока B) при применении игроками стратегий исоответственно. Матрица C называется платежной матрицей игры.

Физкультминутка (2 мин.)

Пример 1. Игра, называемая «Открывание пальцев», заключается в следующем. Два игрока одновременно из сжатого кулака правой руки открывают по нескольку пальцев. Общее количество открытых пальцев является суммой выигрыша, причем, если общее количество открытых пальцев четно, то выигрывает первый игрок, если же общее количество открытых пальцев нечетно, то выигрывает второй игрок. Составить платежную матрицу игры.

Решение. Поскольку каждый из игроков может открыть 1, 2, 3, 4 или 5 пальцев, то у каждого из них имеется по 5 соответствующих стратегий: стратегии у первого игрока, и — у второго. Таким образом, рассматриваемая игра является матричной игрой типа, и можно составить таблицу выигрышей, в зависимости от стратегий, применяемых игроками (Таблица 1) (см. Приложение 1):

Если игрок A выберет стратегию, то все его возможные выигрыши будут элементами-й строки матрицы C. В наихудшем для игрока A случае, когда игрок B применяет стратегию, соответствующую минимальному элементу этой строки, выигрыш игрока A будет равен числу.

Следовательно, для получения наибольшего выигрыша, игроку A нужно выбирать ту из стратегий, для которой числомаксимально.

Таким образом, если игрок A будет придерживаться максиминной стратегии, то ему гарантирован выигрыш, не меньший, чем α, при любом поведении игрока В. Проанализируем теперь платежную матрицу с точки зрения игрока B, заинтересованного в том, чтобы игрок A выиграл, как можно меньше. Если игрок B выберет стратегию, то все возможные выигрыши игрока A будут элементами-го столбца платежной матрицы С. В наихудшем для игрока B случае, когда игрок A применяет стратегию, соответствующую максимальному элементу этого столбца, выигрыш игрока B будет равен числу. Следовательно, игроку B нужно выбрать такую стратегию, для которой числоминимально. Таким образом, если игрок B применяет минимаксную стратегию, то игрок A не может выиграть больше, чем.

Домашнее задание.Решить задачи:

1) Определить цену игры Ответ:

2) Определить цену игры Ответ:

Подведение итогов занятия.

## **Занятие 7. Игры с седловой точкой**

*Вид занятия:* Объяснение нового материала и рассмотрение практических примеров.

*Цель занятия:* УВМ (учебно—воспитательный момент).

*Регулятивные УУД:* Волевая саморегуляция, контроль, при необходимости коррекция.

*Личностные и коммуникативные УУД:* Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации, развитие умения ясно, точно и грамотно излагать свои мысли.

*Предметные УУД:* Ориентирование в своей системе знаний и осознание необходимость получения нового знания.

Проверка домашнего задания.

Обсуждение домашнего задания, если есть вопросы, то разбираем задачу у доски.

Решение домашнего задания:

1)

max 3 10 11 9 min

2)

max 4 15 20 25 min

Основная часть занятия.

Предыдущее занятие (Слайд 6). (см. Приложение 1)

Замечание 1. В Примере 2 нижняя и верхняя цены игры совпадают и равны 3, т.е. рассмотренная игра является игрой с седловой точкой.

Замечание 2. Максиминной стратегией в Примере 2. является стратегия, минимаксной стратегией является стратегия.

Замечание 3. В Примере 2 седловой точкой является элементплатежной матрицы. Этот элемент равен 3 и, конечно же, совпадает с ценой игры.

Когда нижняя цена игры отличается от верхней цены игры, игра является игрой без седловой точки. Для любой игры без седловой точки выполнено неравенство α < β.

Физкультминутка (2 мин.)

Задания для решения у доски: Найти нижнюю и верхнюю цену матрицы и определить наличие седловой точки

1) Ответ: седловой точки у матрицы нет.

2) Ответ: седловая точка матрицы (2,2).

3) Ответ: седловой точки у матрицы нет.

4) Ответ: седловая точка матрицы (2,2).

5) Ответ: седловая точки у матрицы (3,2).

6) Ответ: седловая точка матрицы (2,2).

7) Ответ: седловой точки у матрицы нет.

Домашнее задание.

Найти нижнюю и верхнюю цены игры, найти седловую точку матрицы.

1);

2).

Подведение итогов занятия.

## **Занятие 8. Доминирование**

*Вид занятия:* Объяснение нового материала и рассмотрение практических примеров.

*Цели занятия:*

* УВМ (учебно—воспитательный момент).
* Изучение теоретического материала и формирование практических навыков при решении задач по теме «Доминирование».
* Обучение учащихся доминирующим стратегиям игры.

*Коммуникативные УУД:* Организация и планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками.

*Предметные УУД:* Умение дополнять, уточнять высказанные мнения по существу полученного задания.

Проверка домашнего задания.

Обсуждение домашнего задания, если есть вопросы, то разбираем задачу у доски.

1) Ответ: седловой точки у матрицы нет.

2) Ответ: седловая точка у матрицы (1,1)

Основная часть занятия.

Оптимальные стратегии легко находятся для небольших игр, но с ростом числа чистых стратегий вычисления становятся достаточно сложными. Доминирование строк и столбцов используется для уменьшения размерности игры.

Стратегияигрока А называется доминирующей над стратегией, если в строкестоят выигрыши не меньше, чем в соответствующих клетках строки. Если все выигрыши строкиравны соответствующим выигрышам строки, тоназывается дублирующей.

Если для какой—то стратегии есть доминирующая, то эту (доминируемую) стратегию (строку) можно отбросить, так как первый игрок стремится выиграть как можно больше.

Также доминирующие столбцы отбрасываются, так как второй игрок хочет отдать поменьше.

Пример 1. Выполнить доминирование платёжной матрицы

Решение. Первая строка доминирует четвёртую, значит, четвёртую можно отбросить. Получаем Первый столбец доминирует второй, отбросим его (первый). Имеем. Первая строка доминирует последнюю. Второй столбец доминирует третий. Доминирование больше не выполняется.

Получили все стратегии недоминируемые. Вычислим верхнюю и нижнюю цену игры:

Физкультминутка (2 мин.)

Задания для решения у доски. Выполнить доминирование и, где это возможно, найти решение игры.

1. α =4, =5.

2. α =2, =3.

3. α =0, =2

4. α =2, =3.

5. α =1, =3.

6. α =1, =3.

Домашнее задание.Выполнить доминирование платёжных матриц, найти нижнюю и верхнюю цены игры

1. α =3, =6.

2. α =2, =3.

Выборочная проверка конспектов.

Подведение итогов занятия.

## **Занятие 9. Самостоятельная работа**

*Вид занятия:* Урок контроля знаний и умений.

*Цель занятия:* Создание условий для осуществления контроля обучения, выявления уровня усвоения материала, формирование умений и навыков.

*Регулятивные УУД:* Контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

*Личностные и коммуникативные УУД:* Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации, развитие умения ясно, точно и грамотно излагать свои мысли.

*Цели* учащихся:

1. Актуализирование знаний и умений, полученных в школе.
2. Решение контрольной работы.
3. Выполнение проверки решения и прикидки ответов.

*Цели* учителя:

1. Содержательные: контроль и самоконтроль изученных понятий и алгоритмов.
2. Деятельностные: формирование способности учащихся к осуществлению контрольной функции, контроль за поведением учащихся

Основная часть занятия.

Вариант самостоятельной (контрольной) работы:

1) Найти верхнюю и нижнюю цену матрицы:

а) б).

2) Найти седловые точки матрицы:

а) б) в)

3) Выполнить доминирование платёжных матрицы, найти нижнюю и верхнюю цены игры:

а)

Сбор тетрадей на проверку.

Подведение итогов занятия.

## **Занятие 10. Мини-конференция**

*Вид занятия:* урок—зачет.

*Целями* проведения мини-конференции является:

* Развитие метапредметных, учебных, творческих способностей, познавательной активности, интереса к обучению и коммуникативных навыков школьников.
* Общественное признание и поощрение проектной и исследовательской деятельности учащихся.
* Выявление наиболее успешного опыта организации проектной деятельности в школе и его популяризации.

Школьники по заранее выбранным темам готовят выступление. *Формы выступления* могут быть различны:

* Презентация.
* Буклет.
* Наглядный материал: плакаты, диаграммы, схемы.
* Видеофильм.
* Конкурсы знатоков, КВН.
* Рекламный рассказ и т.д.

*Темы рефератов:*

1. История теории игр.
2. Классификация игр.
3. Позиционные игры.
4. Игры с бесконечным множеством чистых стратегий.
5. Игры, связанные с выбором времени или распределением средств.
6. Стохастические игры.
7. Рекурсивные игры.
8. Игры на выживание.
9. Игры на истощение.
10. Теория игр и социология.
11. Торг по Нэшу.
12. Основные свойства игр с ненулевой суммой.
13. Применение теории игр.

## **Выводы по главе 2**

Педагогический эксперимент был проведен во время педагогической практики в МАОУ СОШ № 10 города Кушва Свердловской области. Эксперимент проводился во время учебных занятий в 8В классе в составе 15 человек.

На занятиях были рассмотрены такие темы, как: «Что такое игра», «Основные понятия теории игр». Учащимся были доступно объяснены основные теоретические моменты, а для того чтобы их больше увлечь были разобраны некоторые игры в качестве примеров. В течение занятия, учащиеся проявляли интерес и вовлеченность в данную тему. При знакомстве с «Теорией игр» ребята чувствовали себя легко и уверенно, что подтверждает гипотезу о том, что для этого курса необходимо и достаточно школьного багажа знаний.

Практическая работа в школе приоткрыла для автора возможность познать все стороны педагогической деятельности и немного расширить представления об организации учебного процесса.

Таким образом, во 2 главе исследования мы разработали и апробировали курс по выбору «Элементы теории игр».

# **Заключение**

В процессе исследования были реализованы следующие задачи:

1. Изучены основные теоретические положения в рамках исследуемой темы.
2. Отобраны задачи для практической реализации и составлены к ним алгоритмы решения.
3. Разработан и адаптирован школьный курс по изучению темы теории игр для учащихся 8 — 9 классов.
4. Составлены методические рекомендации к данному курсу.

Так же проведено внедрение курса “Элементы Теории игр " в 8 классе школы №10 г. Кушва.

Таким образом, поставленную цель можно считать достигнутой, задачи – выполненными, а выдвинутую гипотезу – подтвержденной.

Результаты исследования были представлены:

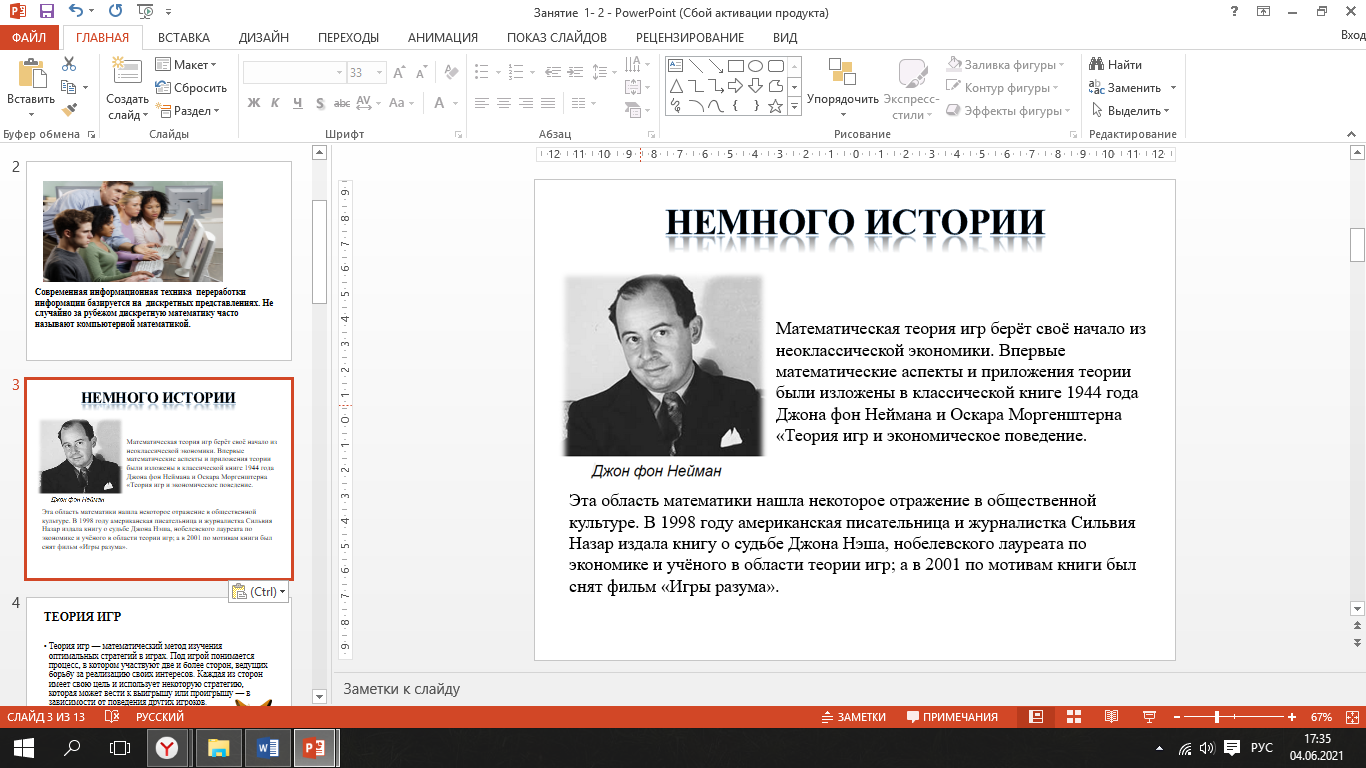
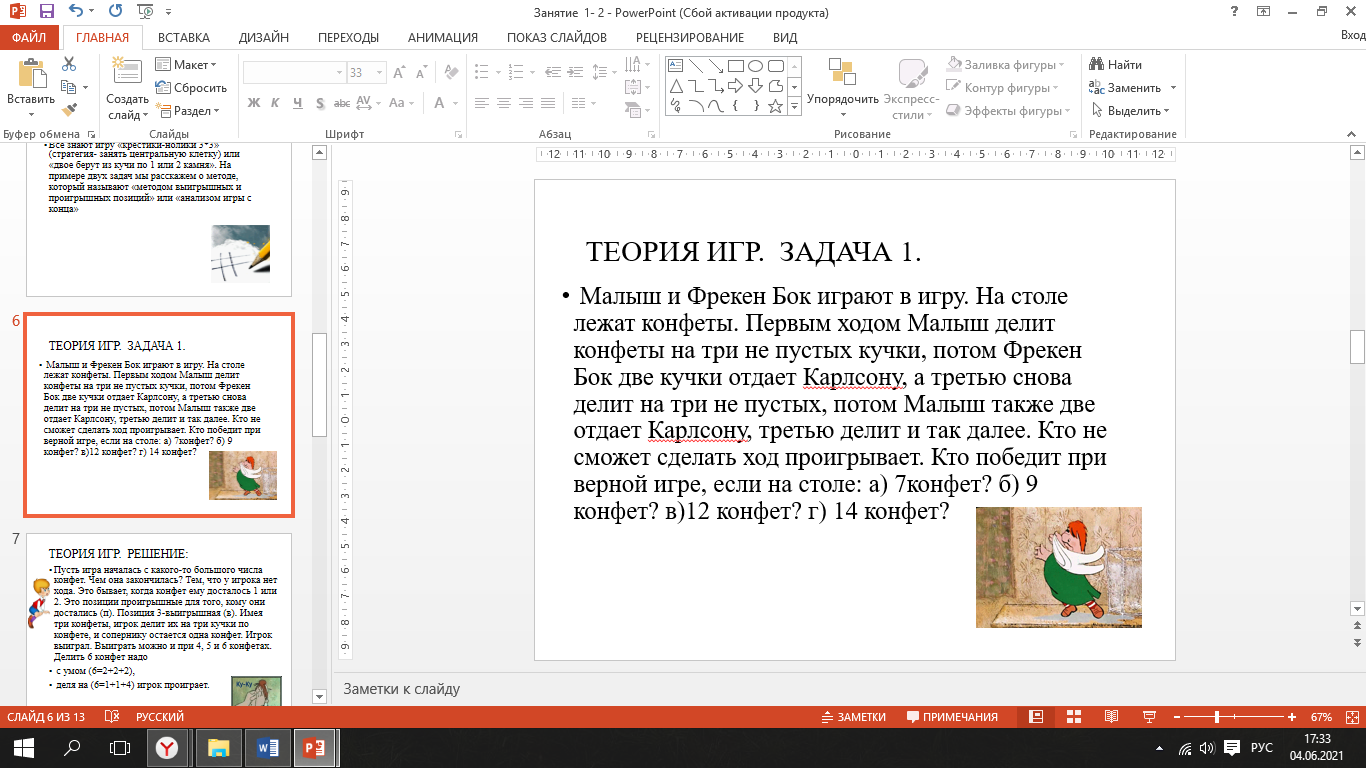
1. Вшивцева А.Ю. Курсовая работа «Проектирование занятий курса по выбору «Теория игр» для учащихся 7-8 классов» // Международный конкурс исследовательских работ молодых ученых «High-level research 2020/2021». (См. Приложение 3).
2. Вшивцева А.Ю. Проектирование занятий курса по выбору «Теория игр» для учащихся 7-8 классов // Проблемы и перспективы технологического образования в России и за рубежом: электронный сб. материалов III Междунар. науч. – практ. конф. (г. Ишим; 18–19 февраля 2021 г.) / отв. ред. Л. В. Козуб. – Ишим: Изд-во ИПИ им. П.П. Ершова (филиала) ТюмГУ, 2021. (См. Приложение 3).

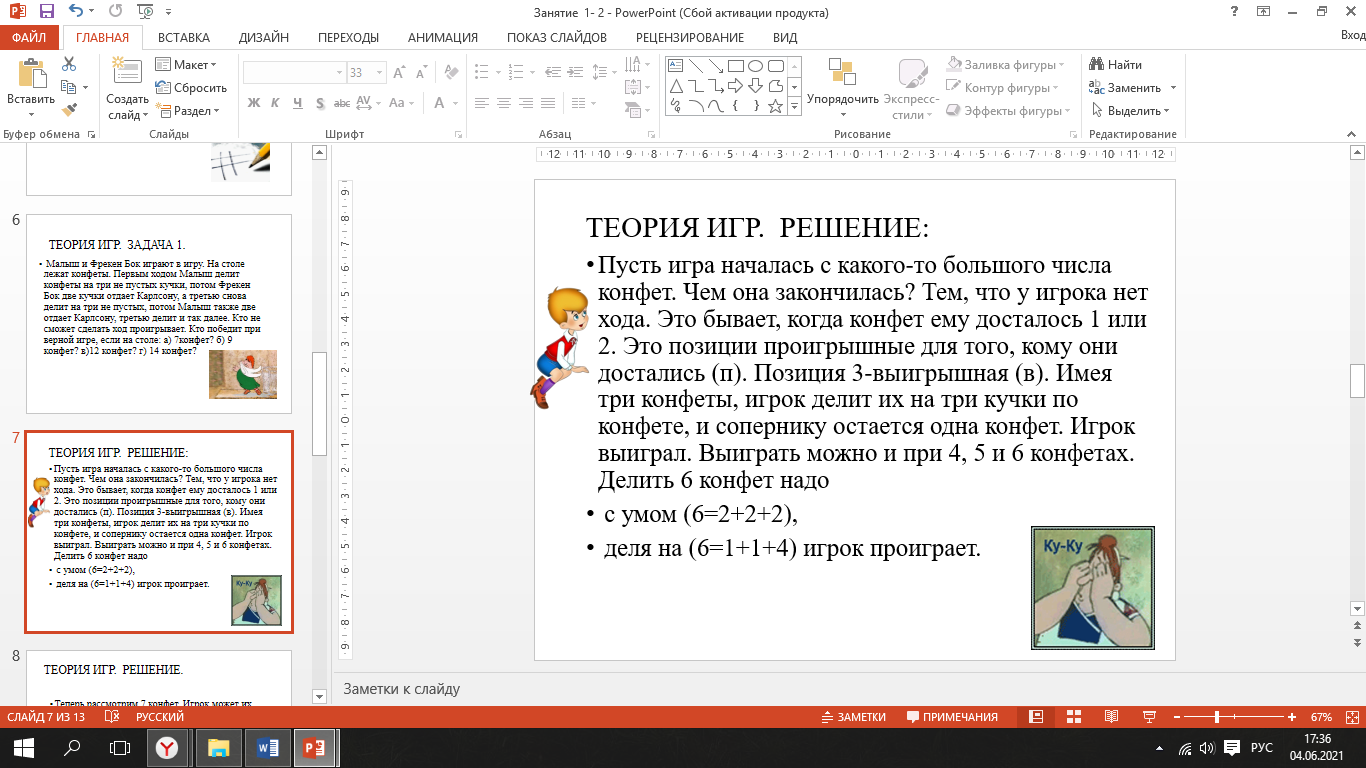
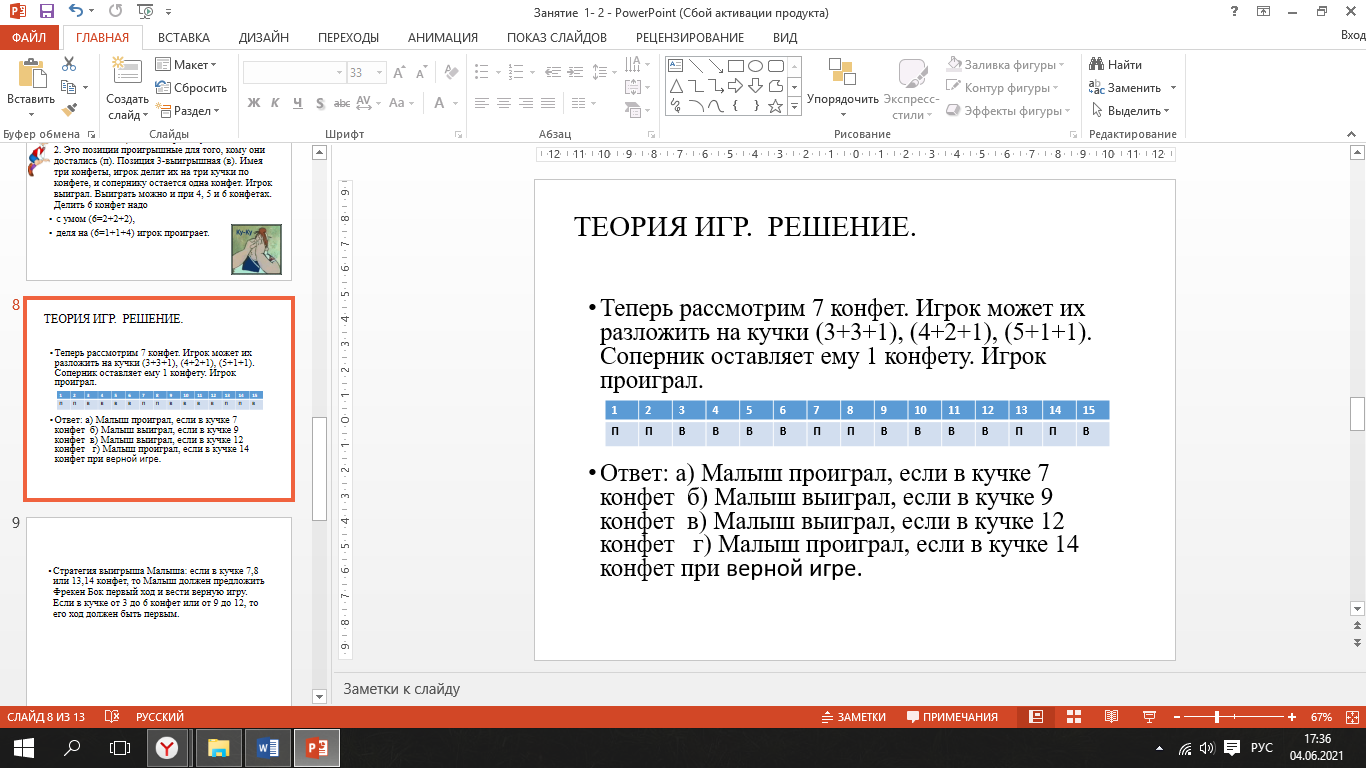
# **Список использованных источников**

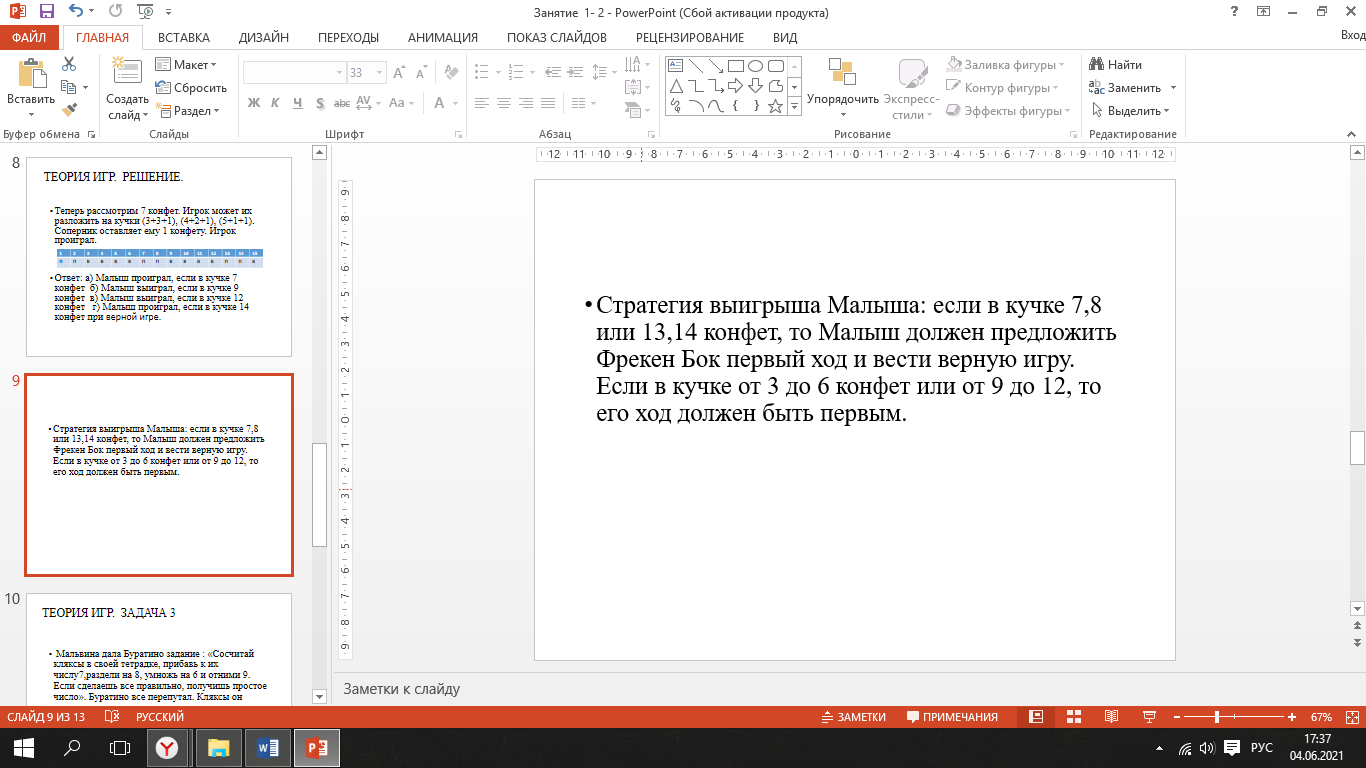
1. Виноградова Л.В. Методика преподавания в средней школе: учебное пособие. Ростов: Феникс, 2005. — 213 с.
2. Костромин А.В., Мухаметгалеев Д.М. Теория игр. Конспект лекций / А.В. Костромин, Д.М. Мухаметгалеев; Каз. федер. ун-т. — Казань, 2013. — 87с.
3. Кремлев, А. Г., Основные понятия теории игр. Учебное пособие / А. Г. Кремлев. — Екатеринбург: Изд‑во Урал. ун‑та, 2016 — 144 с.
4. Петров Н.Н. Математические игры. Учебное пособие. Ижевск; Изд-во Удмуртского Ун-та, 1993. — 70с.
5. Проблемы и перспективы технологического образования в России и за рубежом: электронный сб. материалов III Междунар. науч. – практ. конф. (г. Ишим; 18–19 февраля 2021 г.) / отв. ред. Л. В. Козуб. – Ишим: Изд-во ИПИ им. П.П. Ершова (филиала) ТюмГУ, 2021 – 1 электрон. опт. диск.
6. Программа спецкурса «Элективные курсы для предпрофильной подготовки и профильного обучения» // Центр дистанционного обучения ГОУ «ПГИРО». URL: <https://dist-pgiro.3dn.ru/index/speckursy/0-31> (Дата обращения: 10.12.2020).
7. Сачкова Л. А. Информационно — методическое сопровождение инновационной деятельности педагогов в муниципальной системе образования. Нижний Новгород, 2011. — 315 с.
8. Синько Т. П. Элективные курсы. URL: <http://www.den-za-dnem.ru/page.php?article=34> (Дата обращения: 01.12.2020).
9. Смоляков А. Н., Сидельников В. И. ЕГЭ по математике: задания группы С. Москва, 2013. — 205 c.
10. «Теория игр» — курс лекций доктора наук Алексея Савватеева. URL: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLlx2izuC9gjj4crXUkw2luo8JfNCfmbkn> (Дата обращения: 19.12.2020).

# **Приложение 1. Материалы к урокам**

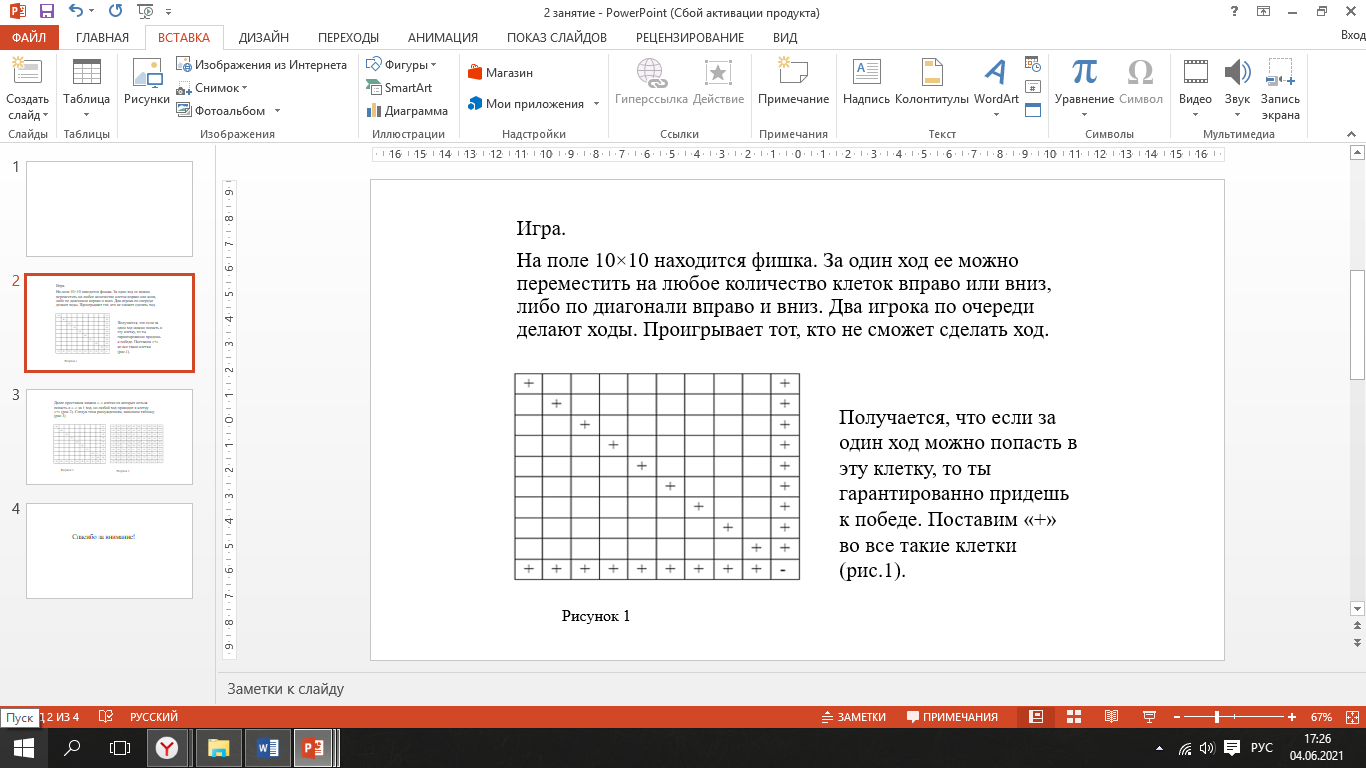
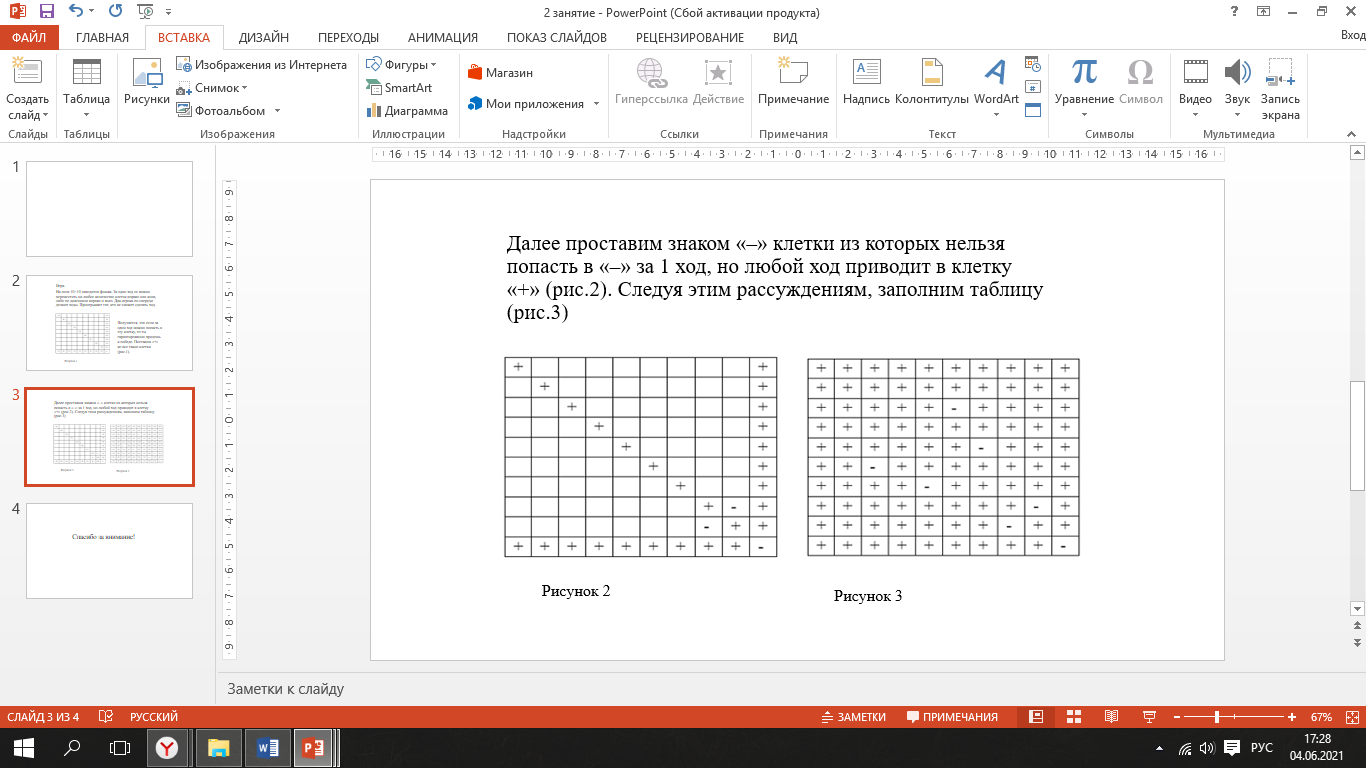
*Занятие 1.*

1.2.

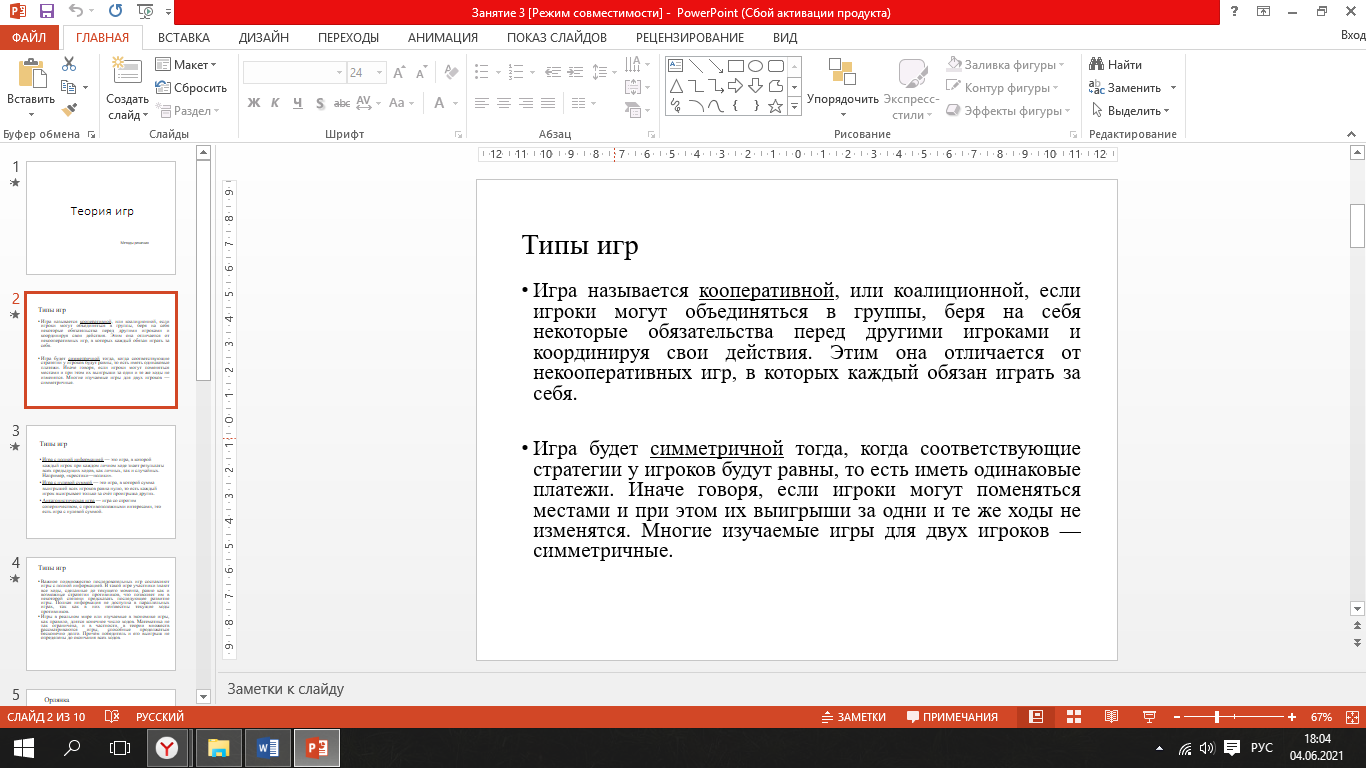
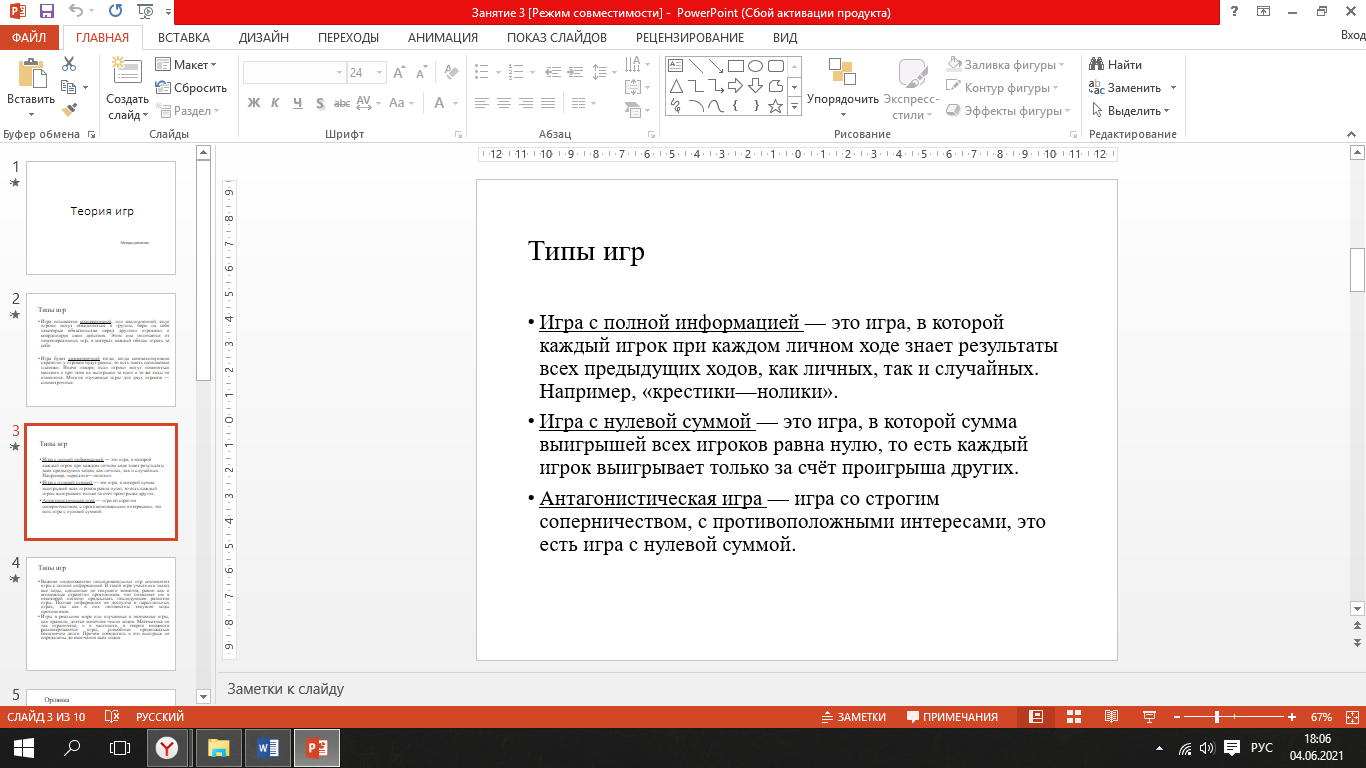
3. 4.

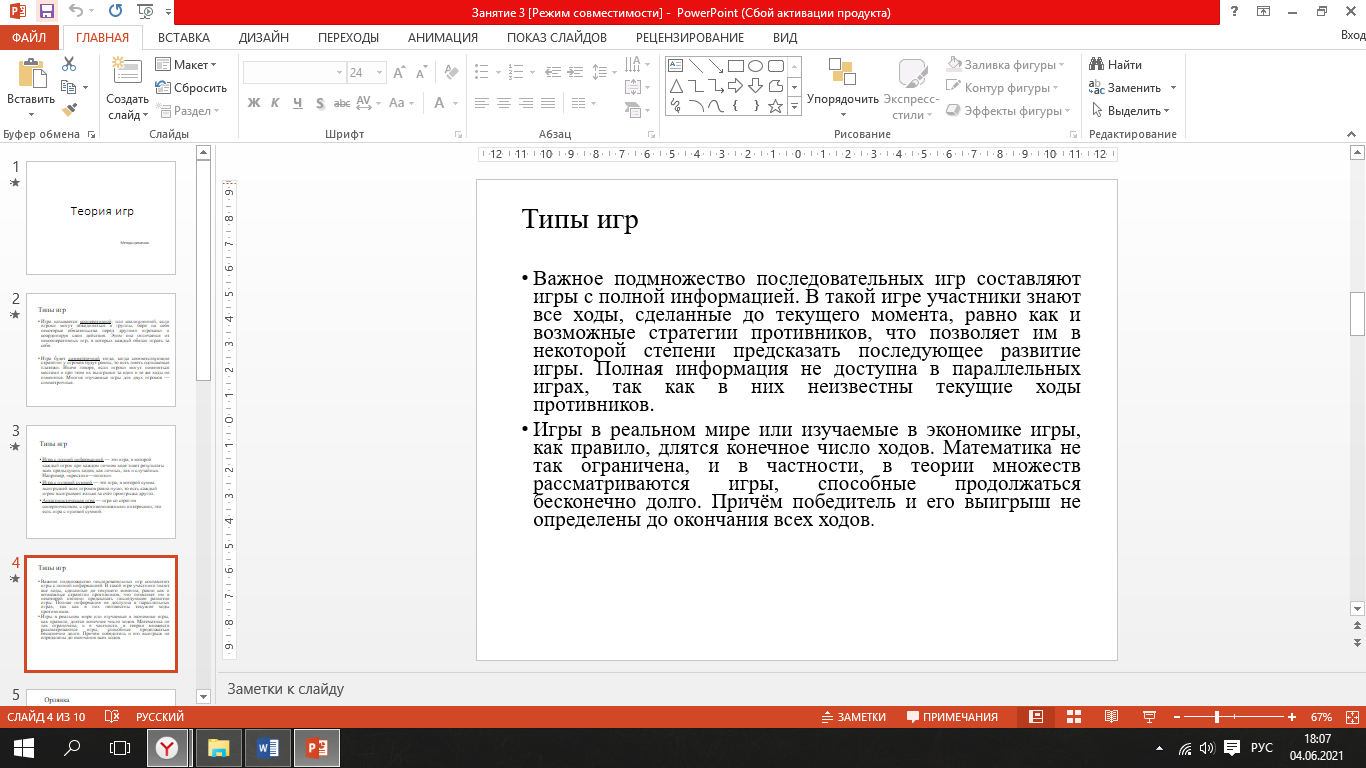
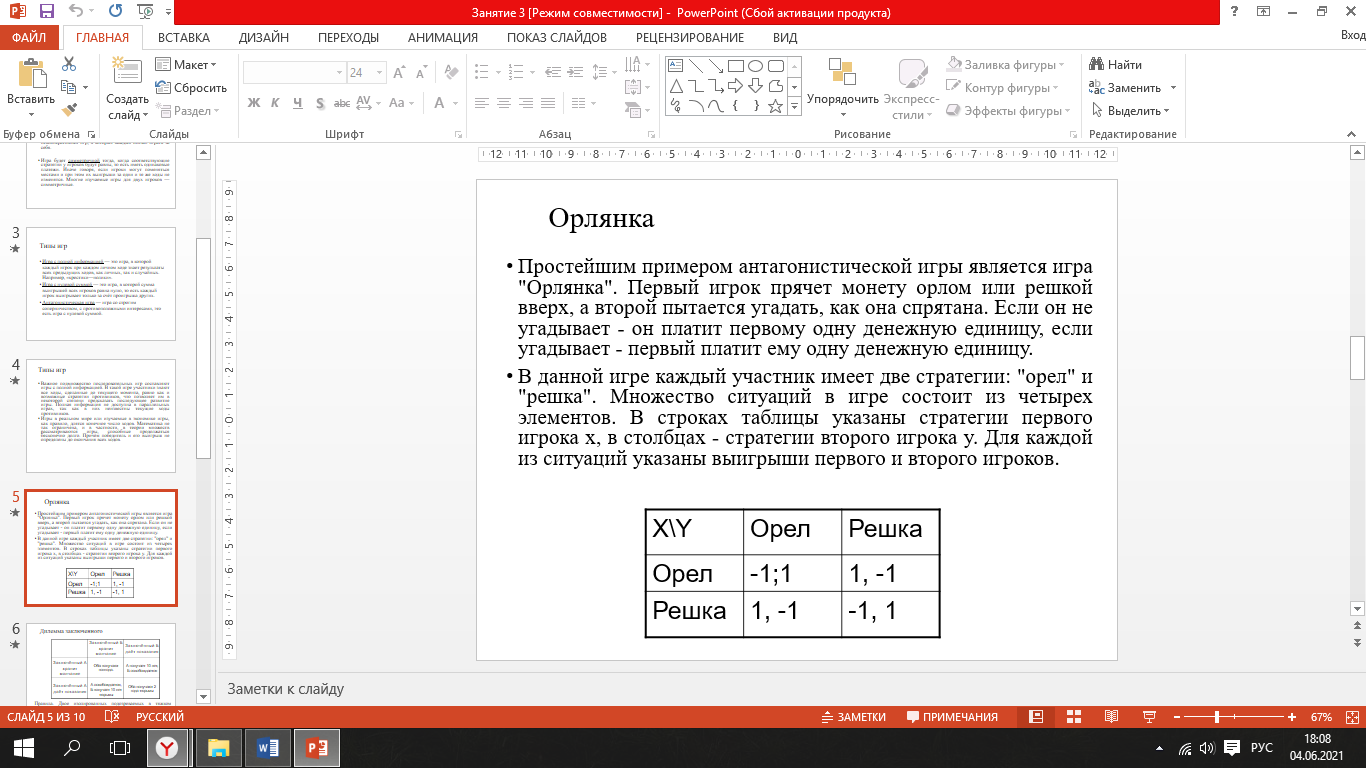
5.

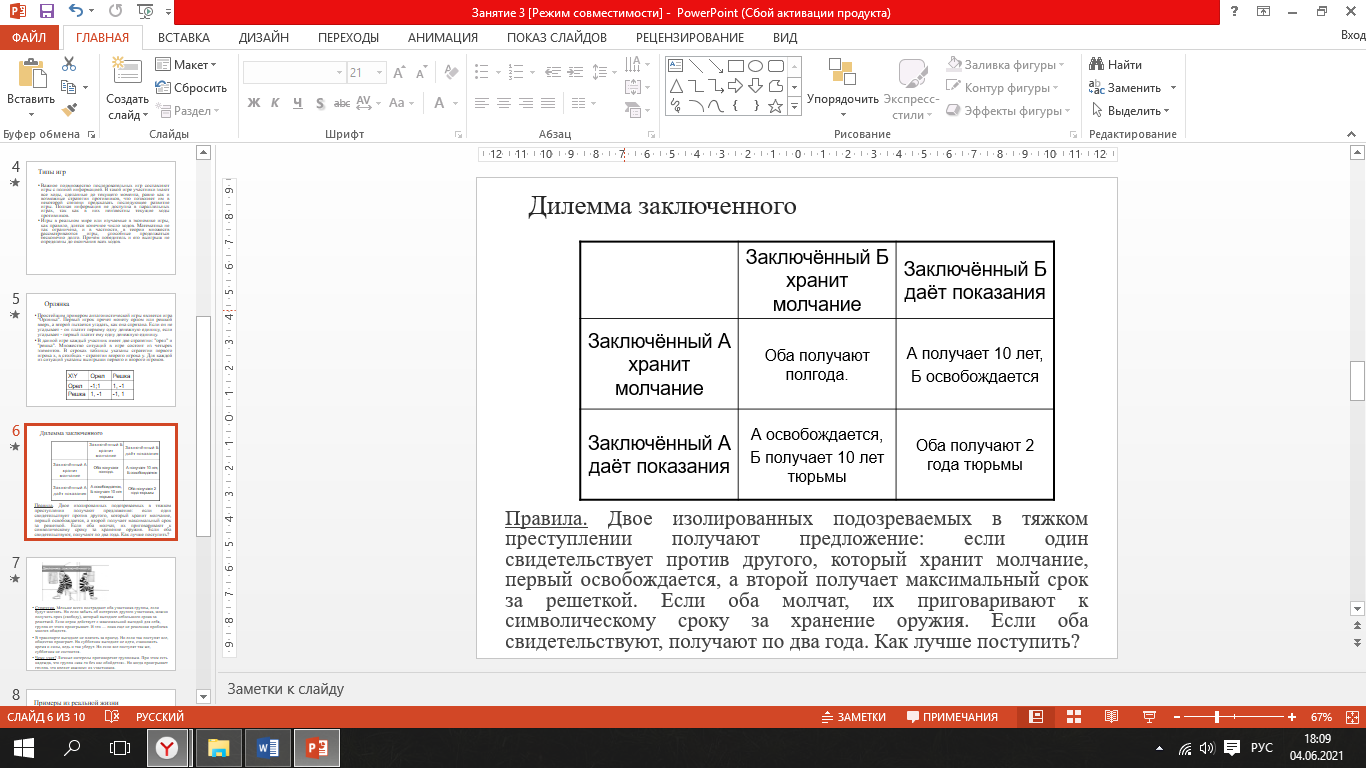
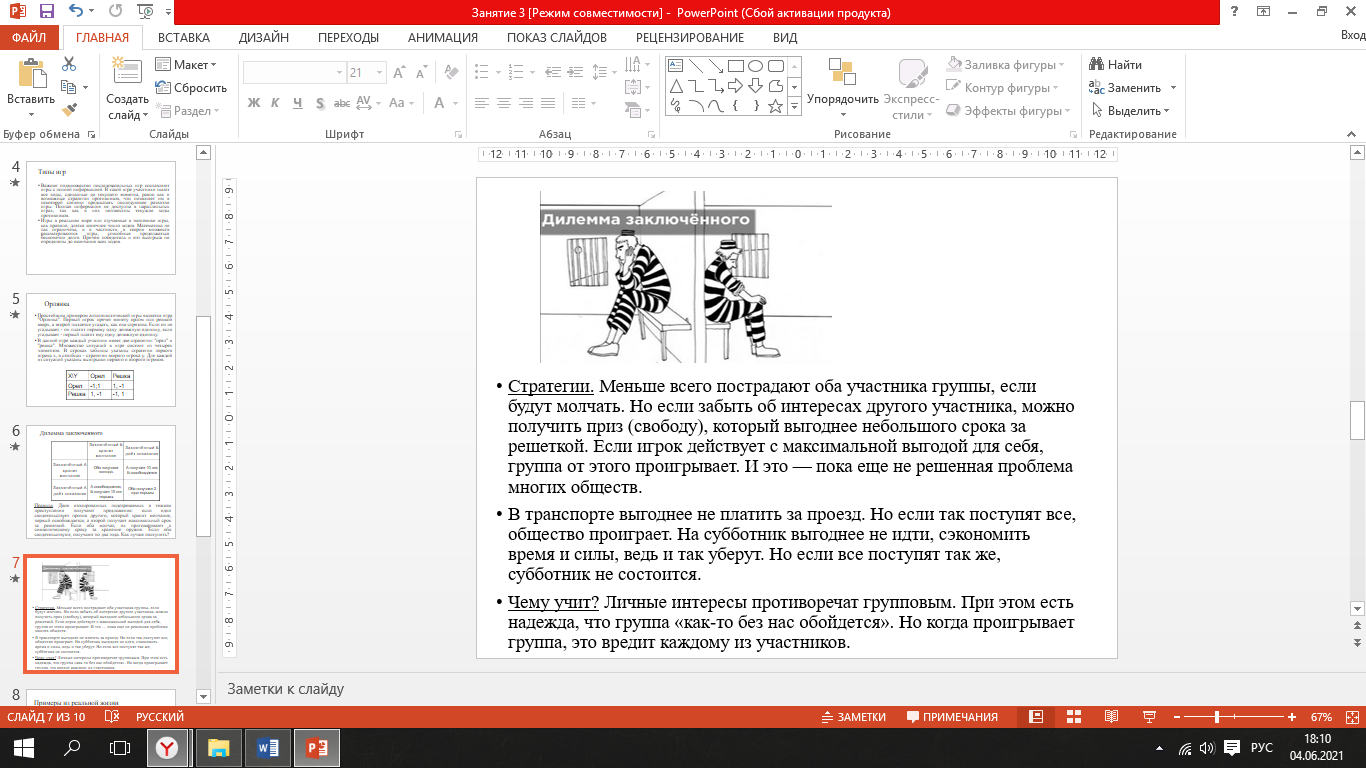
*Занятие 2.*

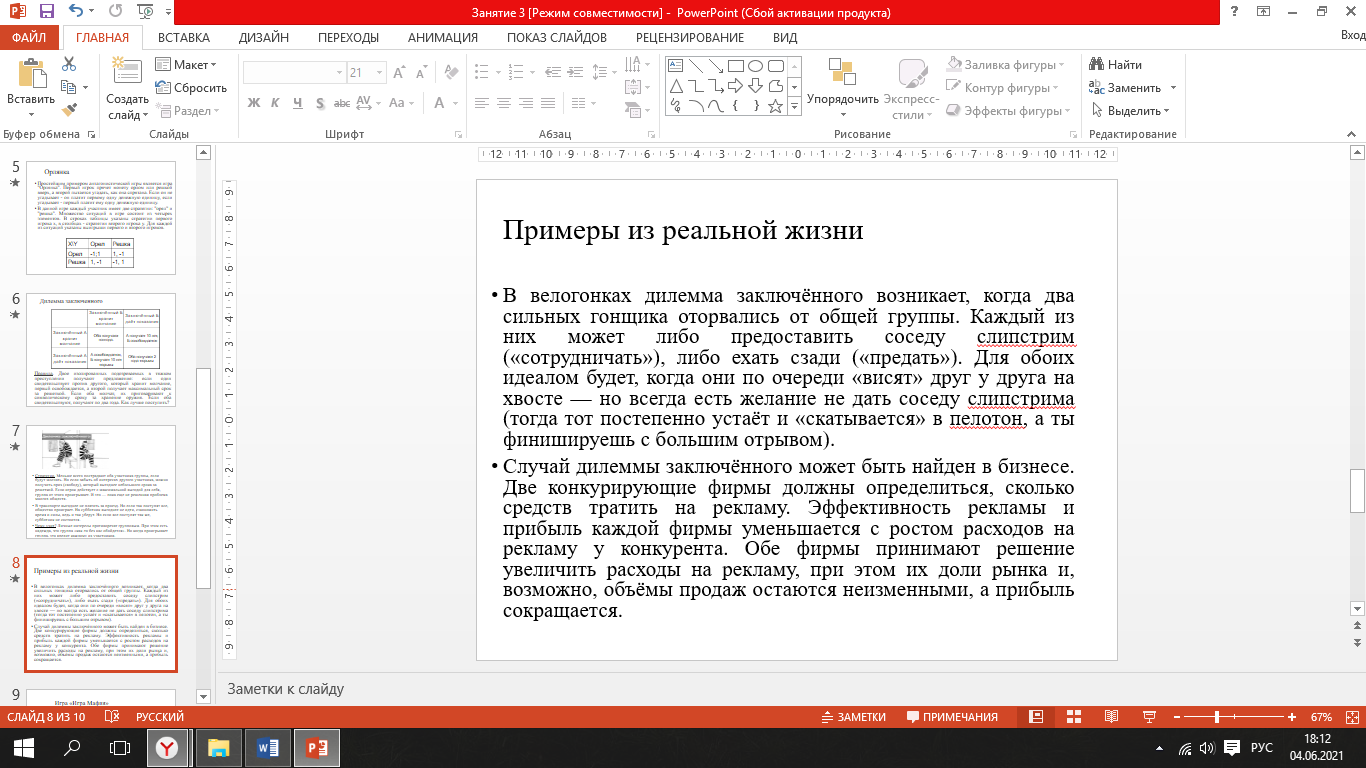
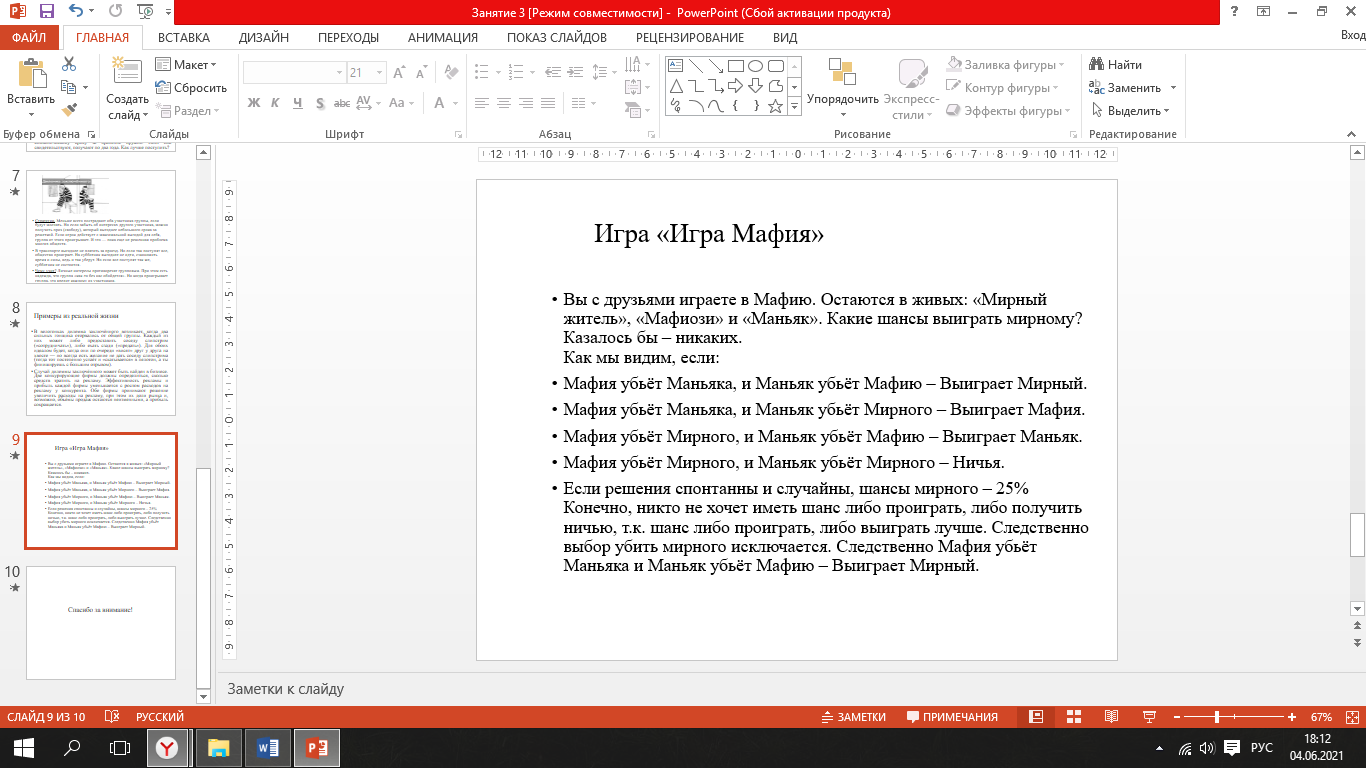
1. 2. 

*Занятие 3.*

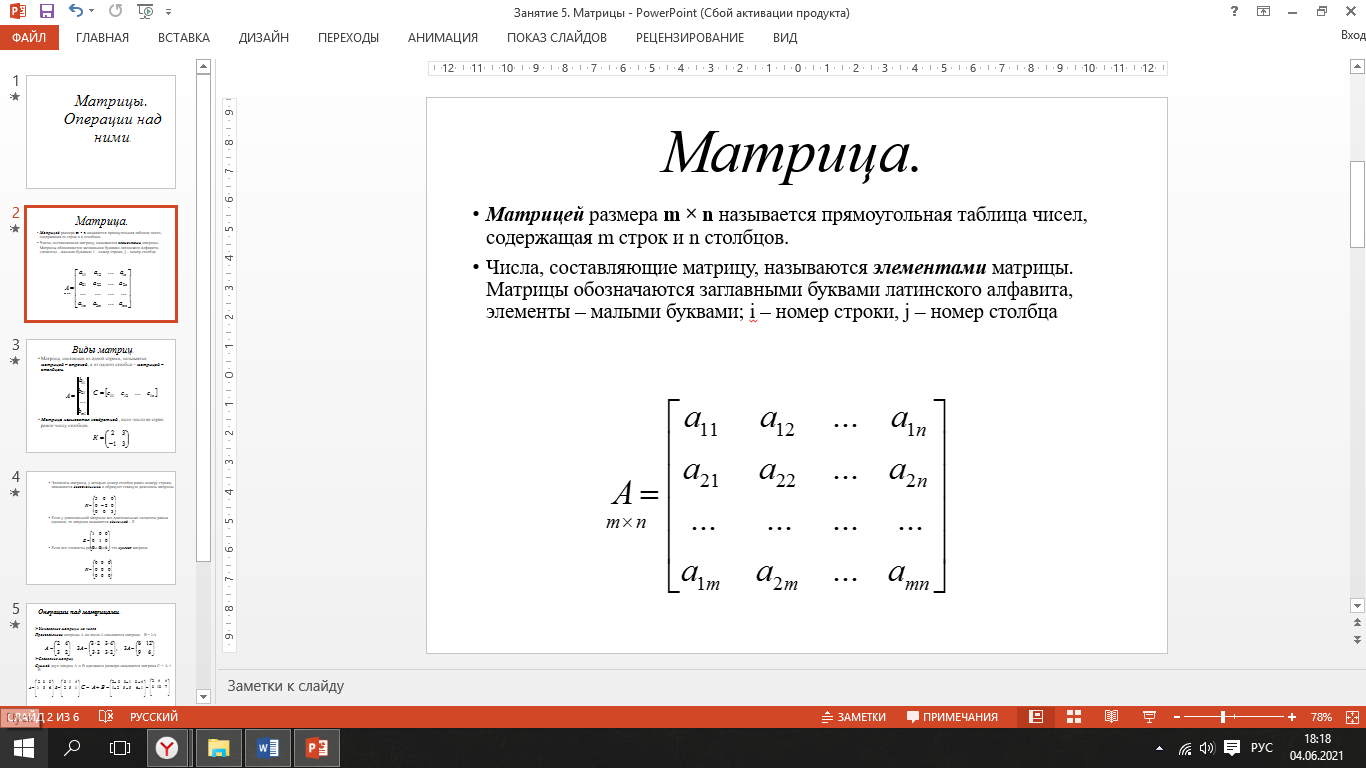
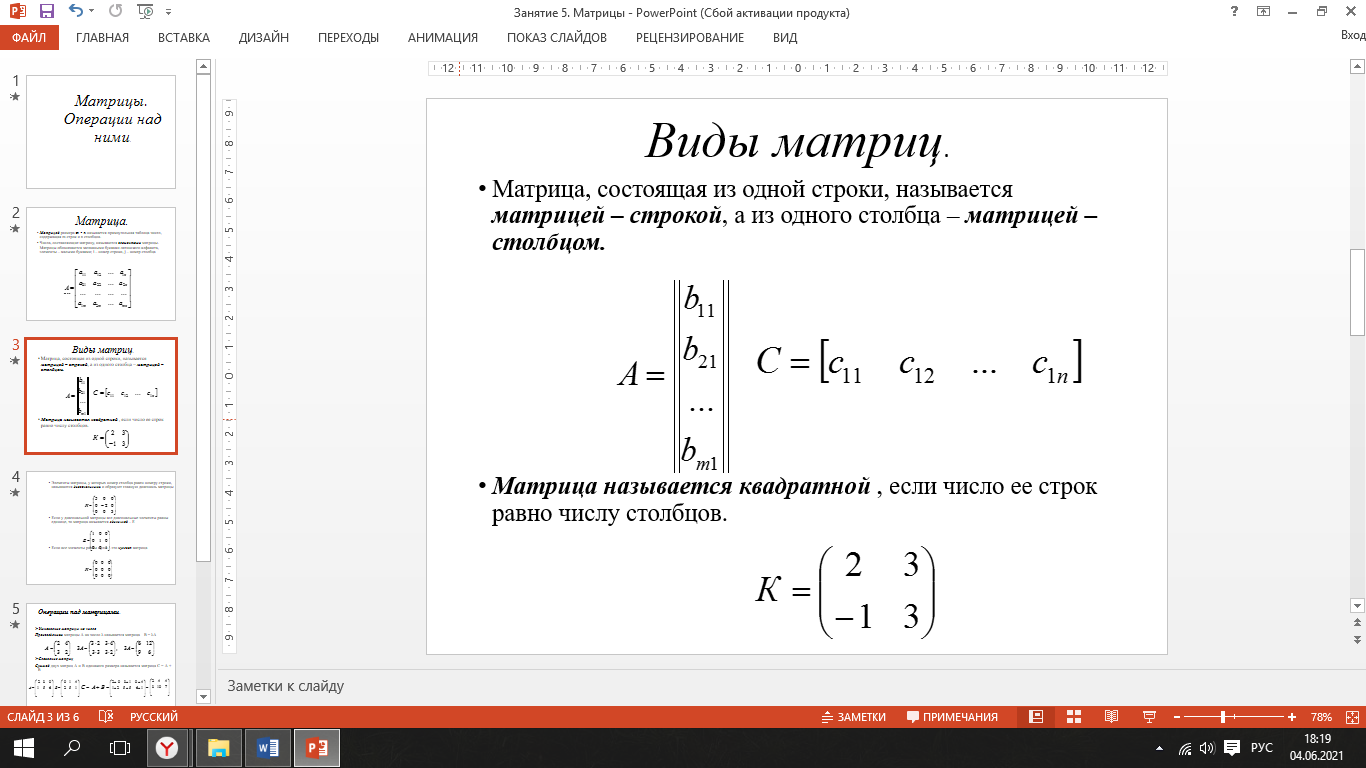
1. 2.

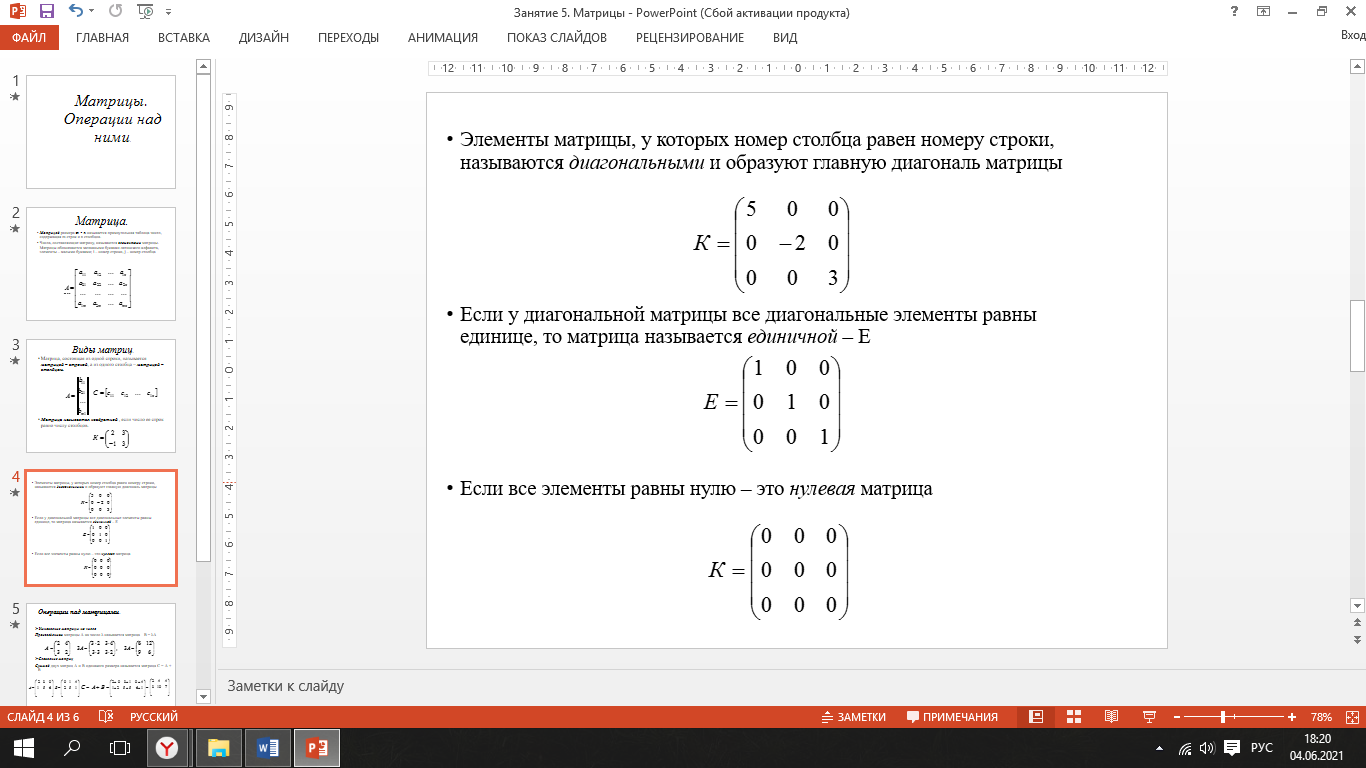
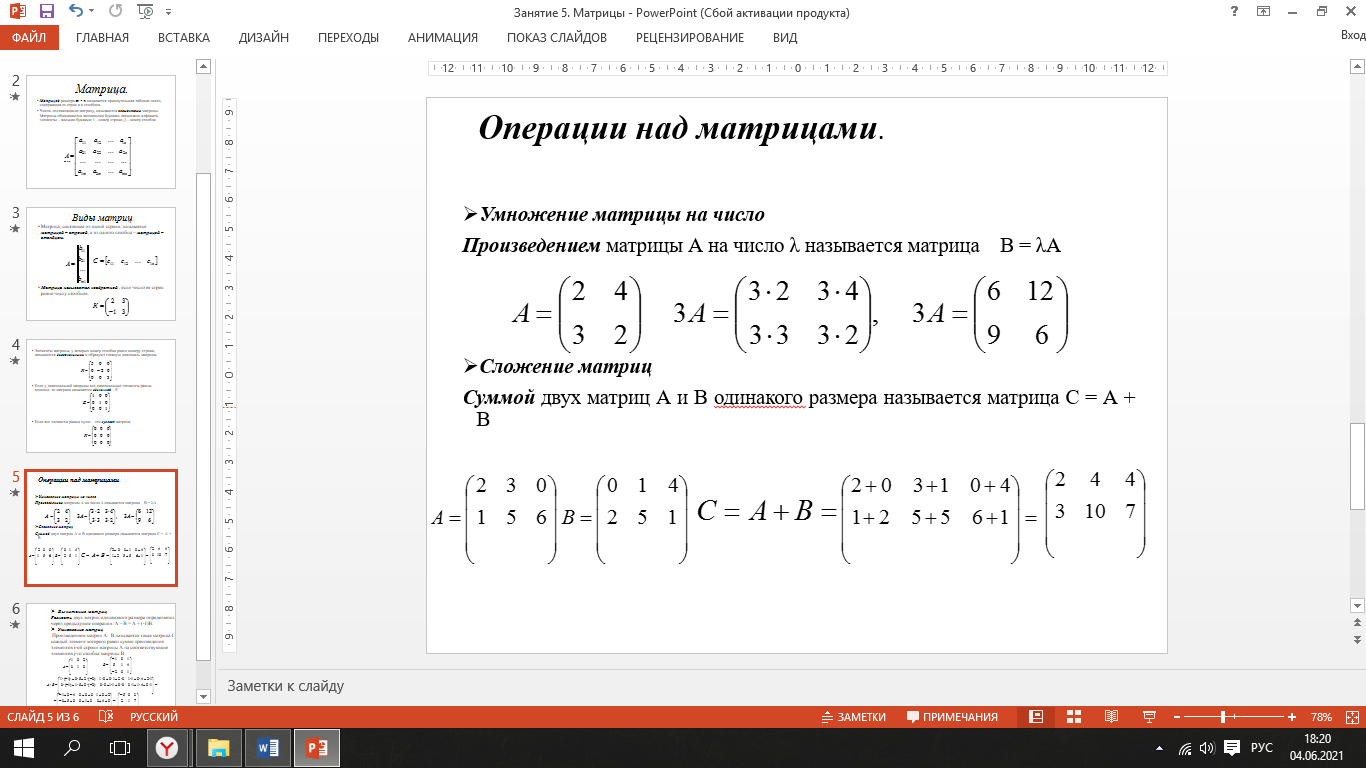
3. 4.

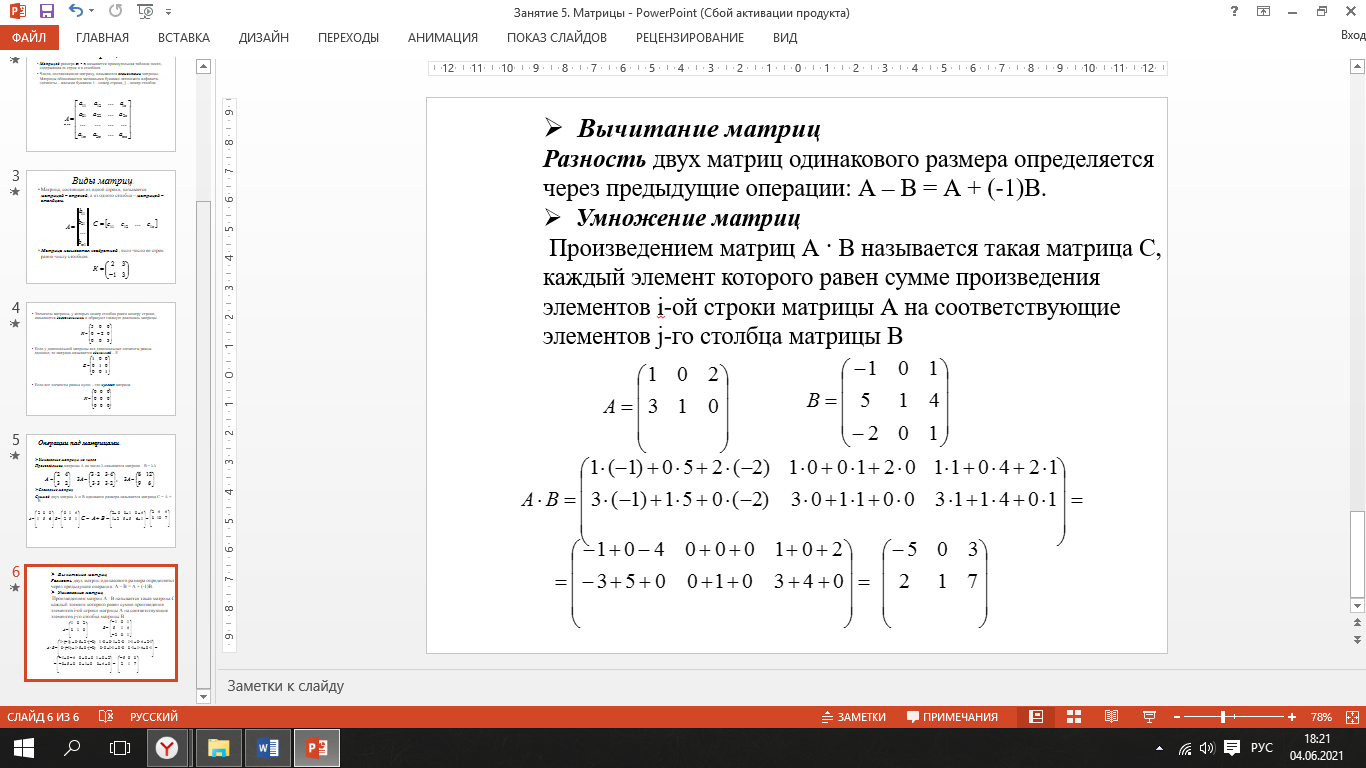
5.6.

7.8. 

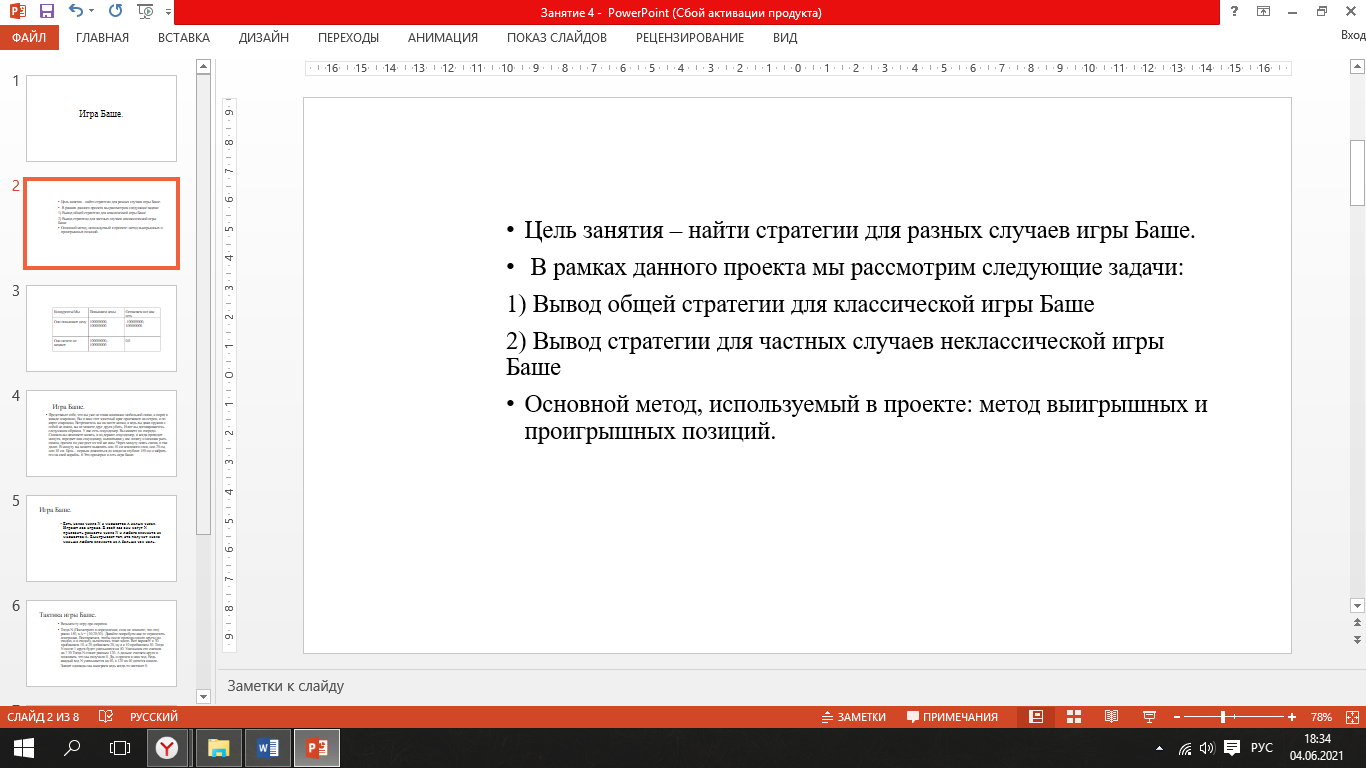
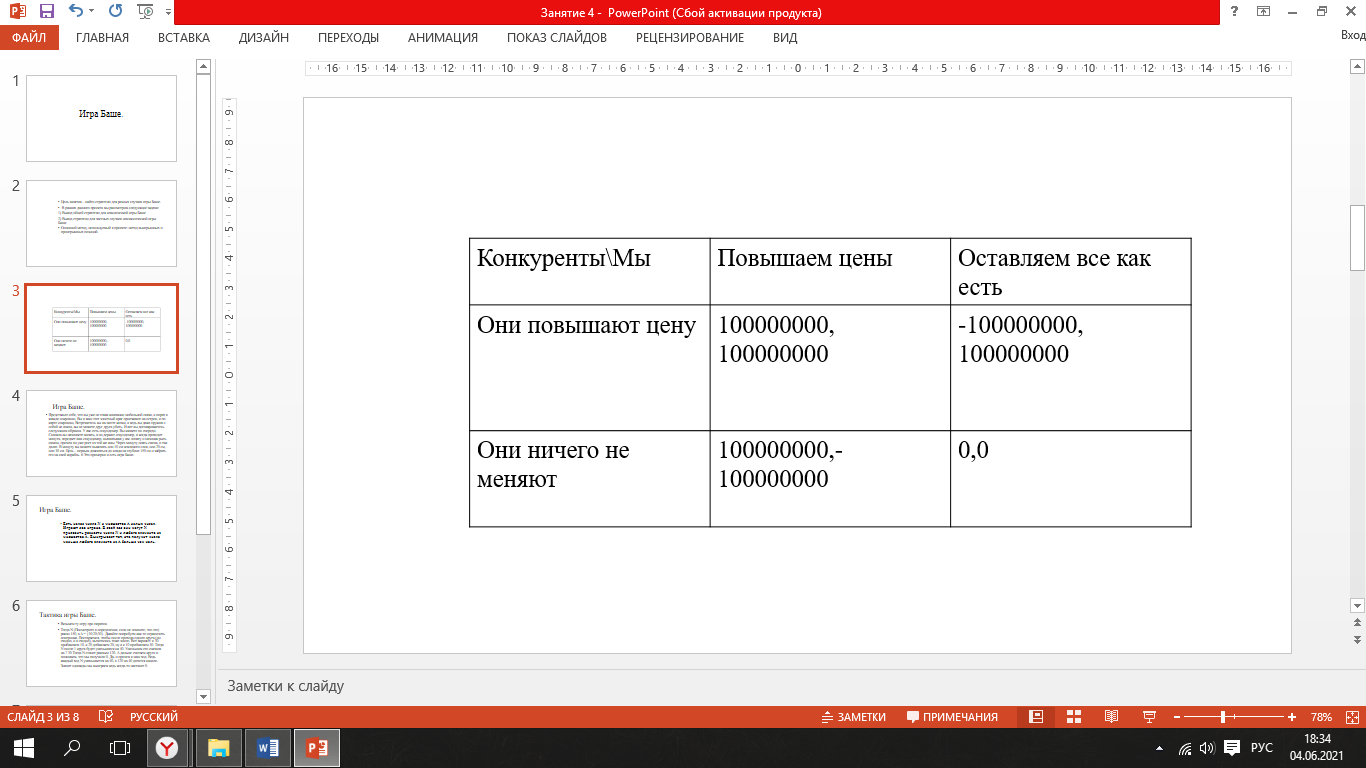
*Занятие 4.*

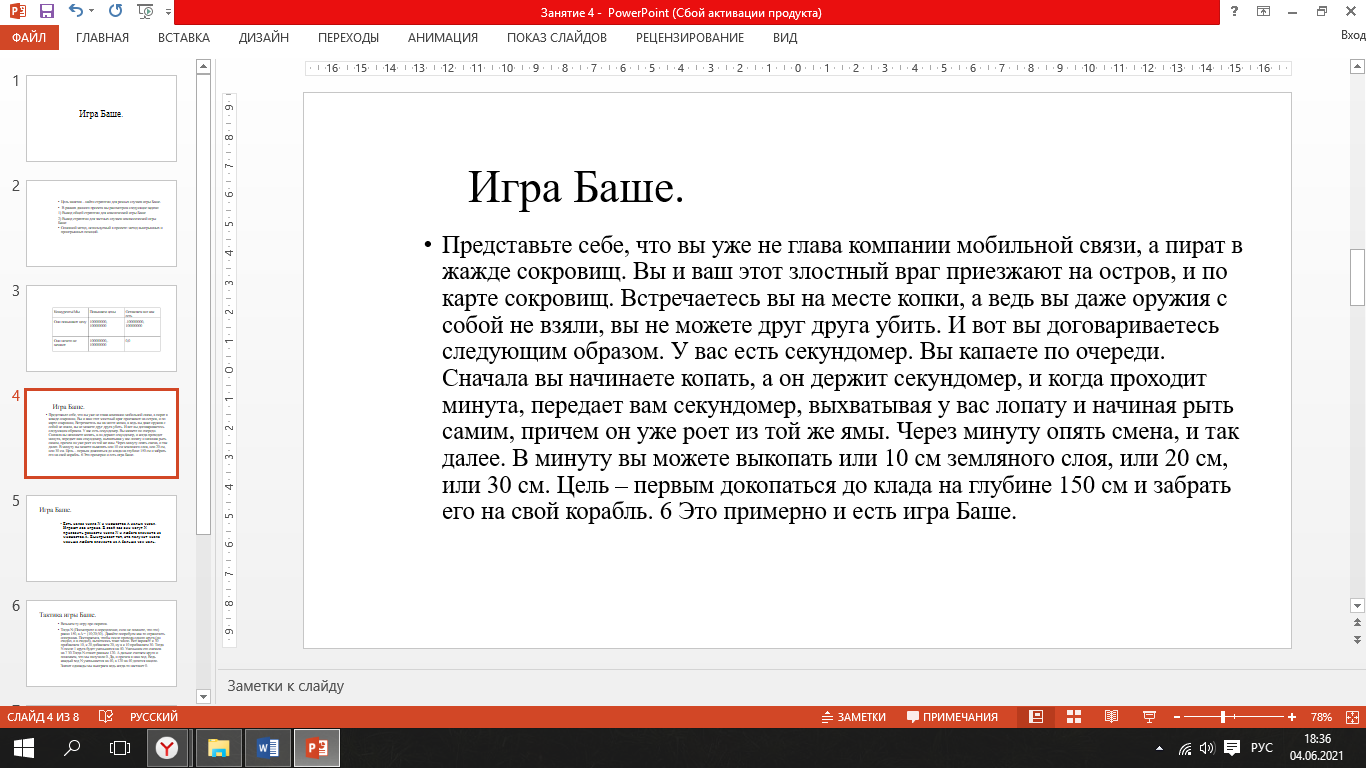
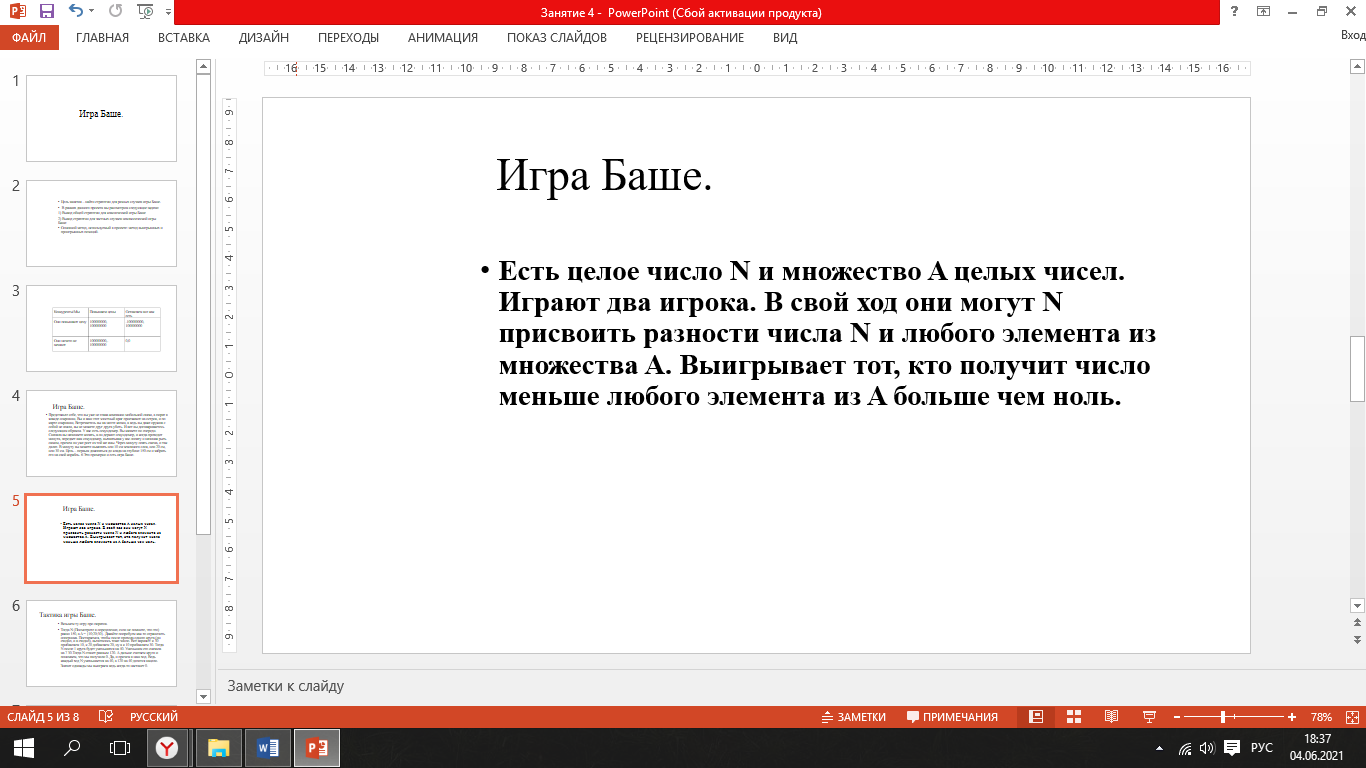
1. 2.

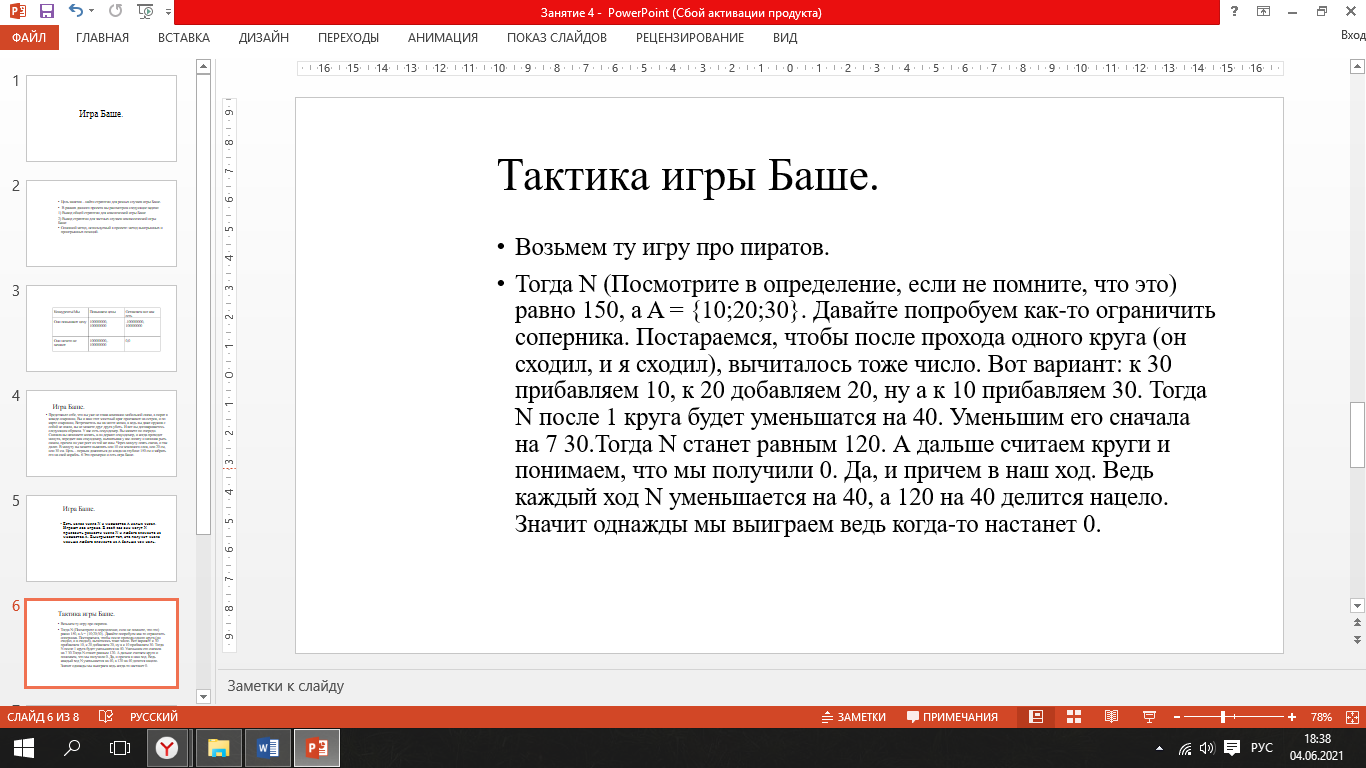
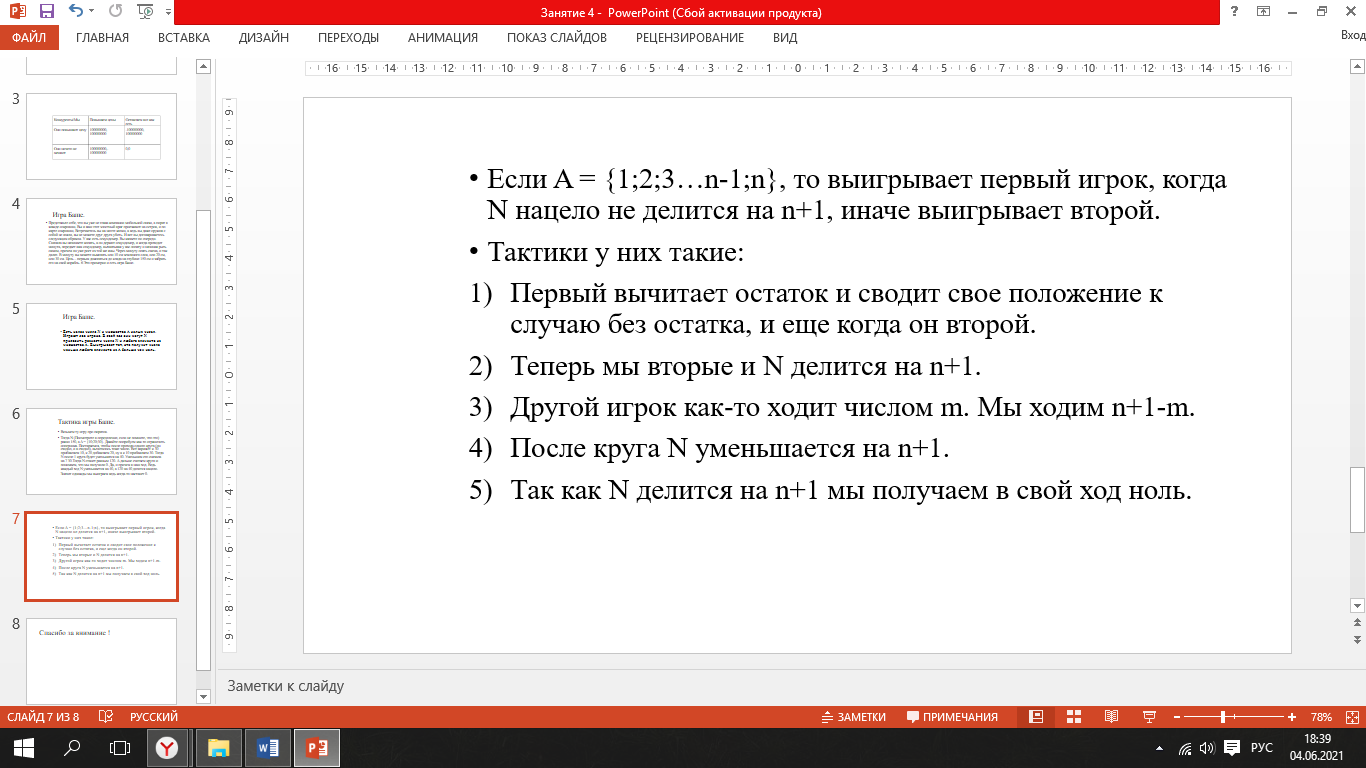
3. 4.

*5.*

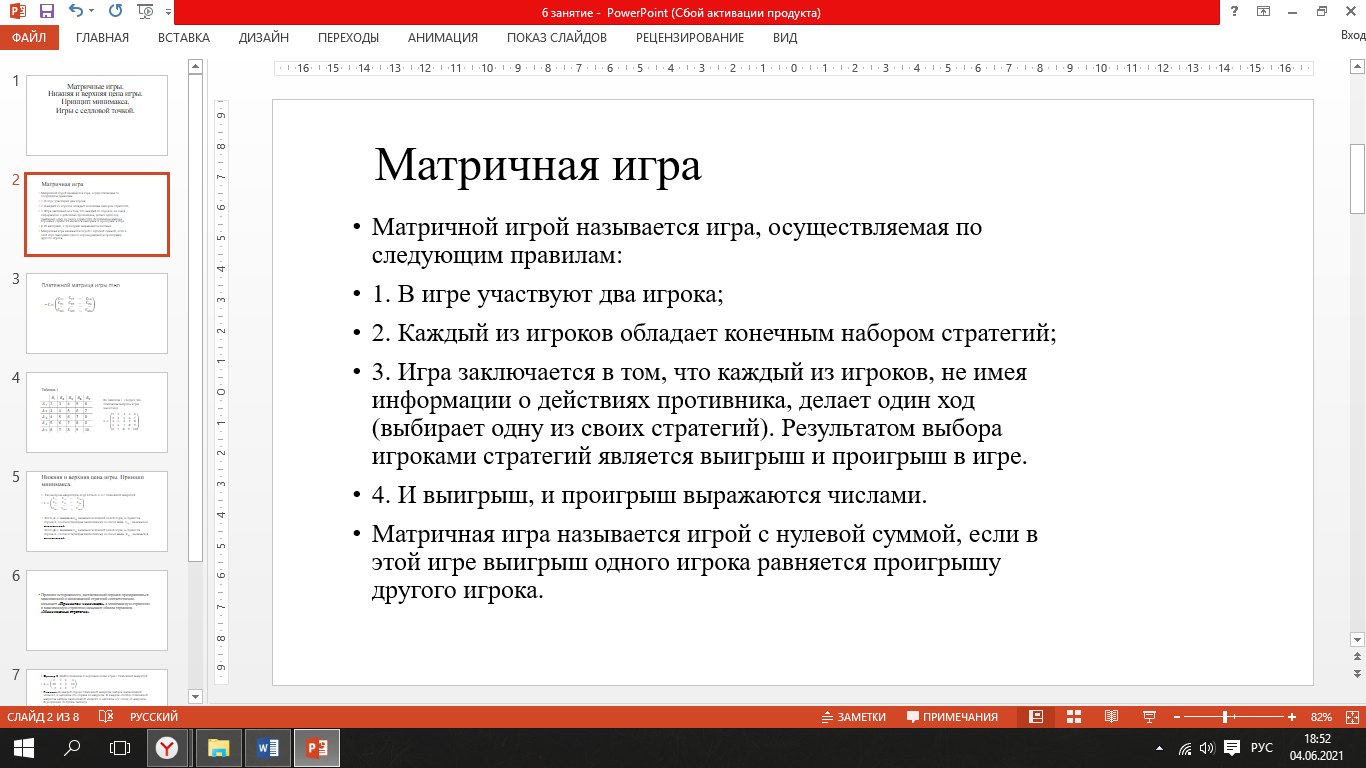
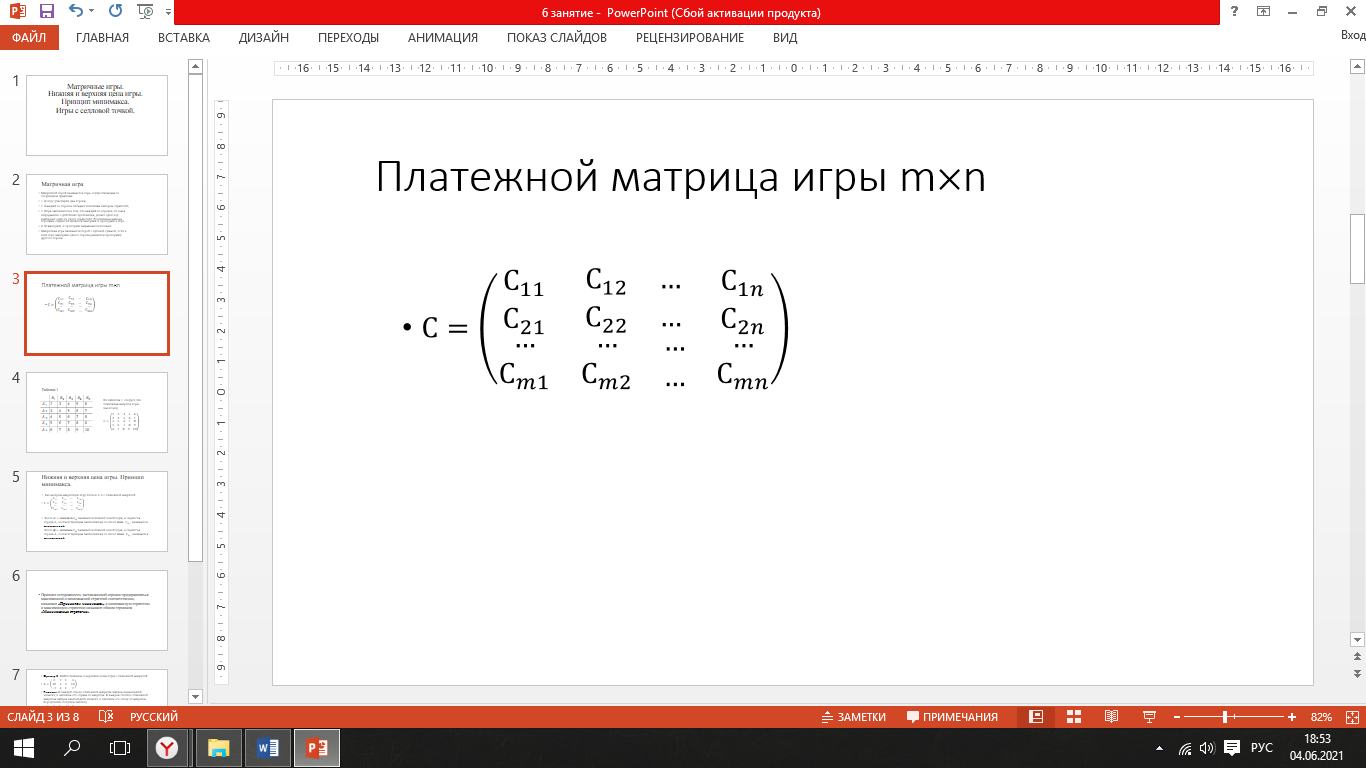
*Занятие 5.*

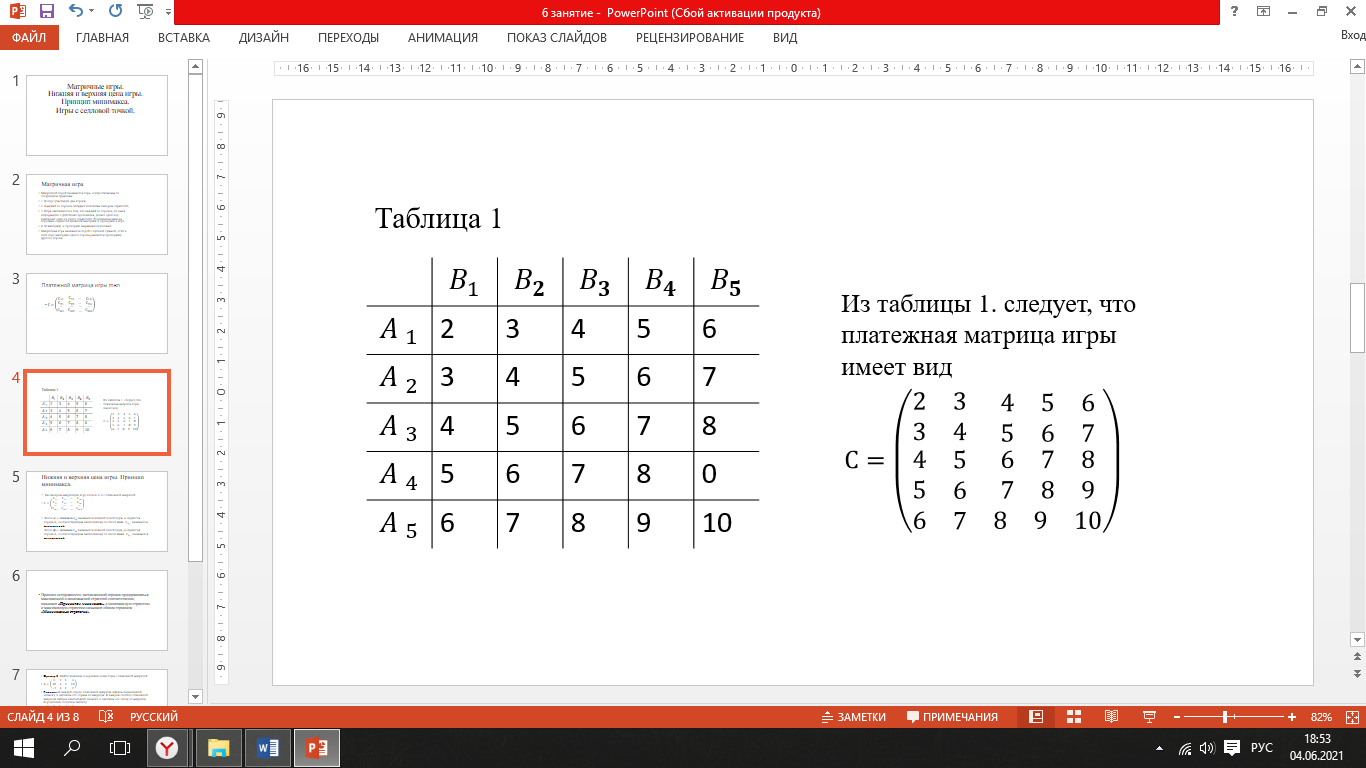
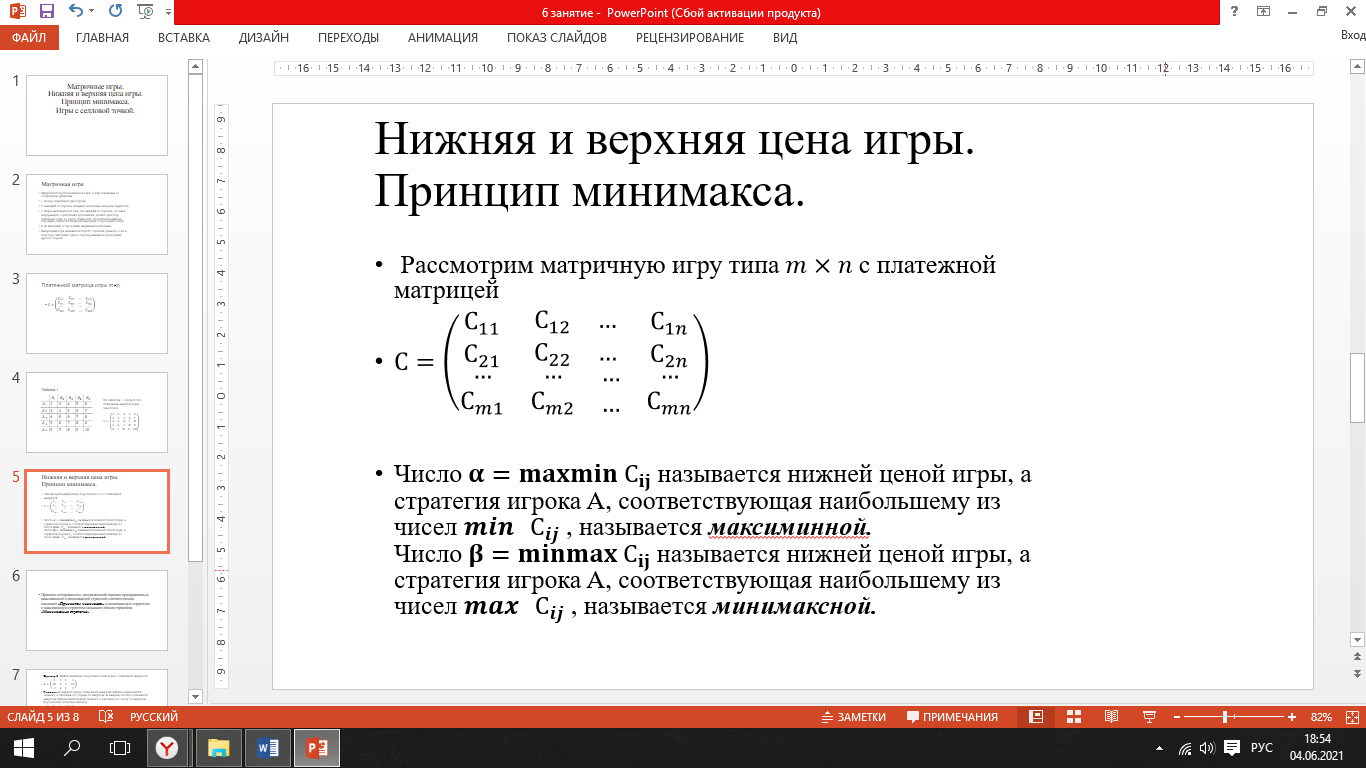
1.2.

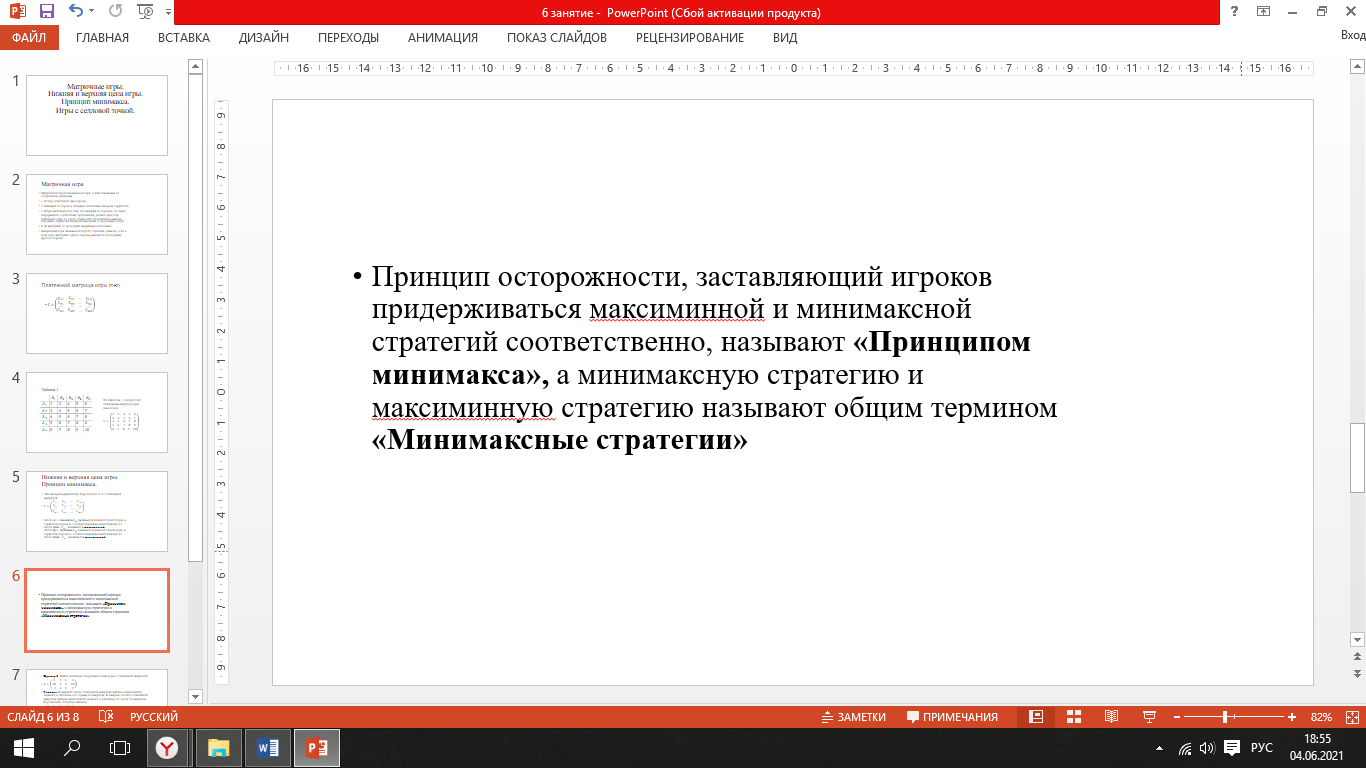
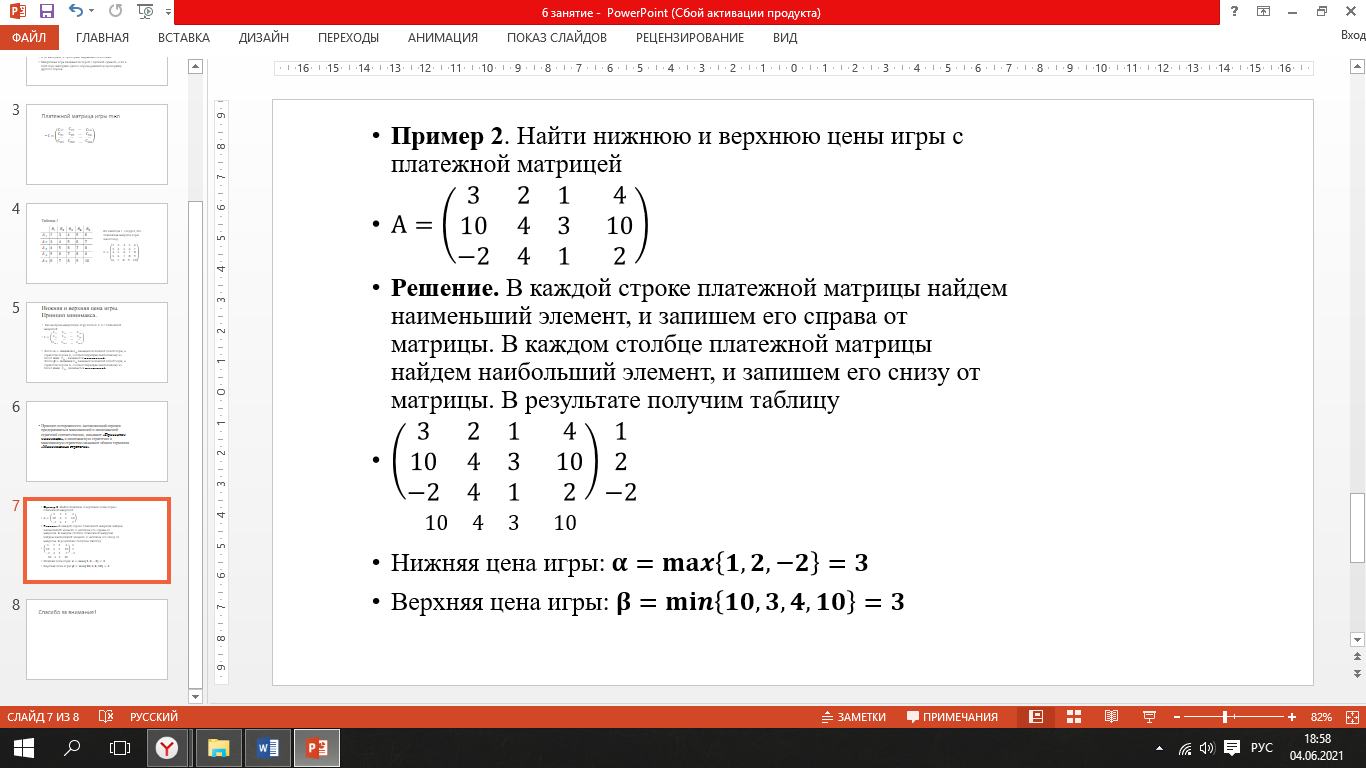
3.4.

5.6.

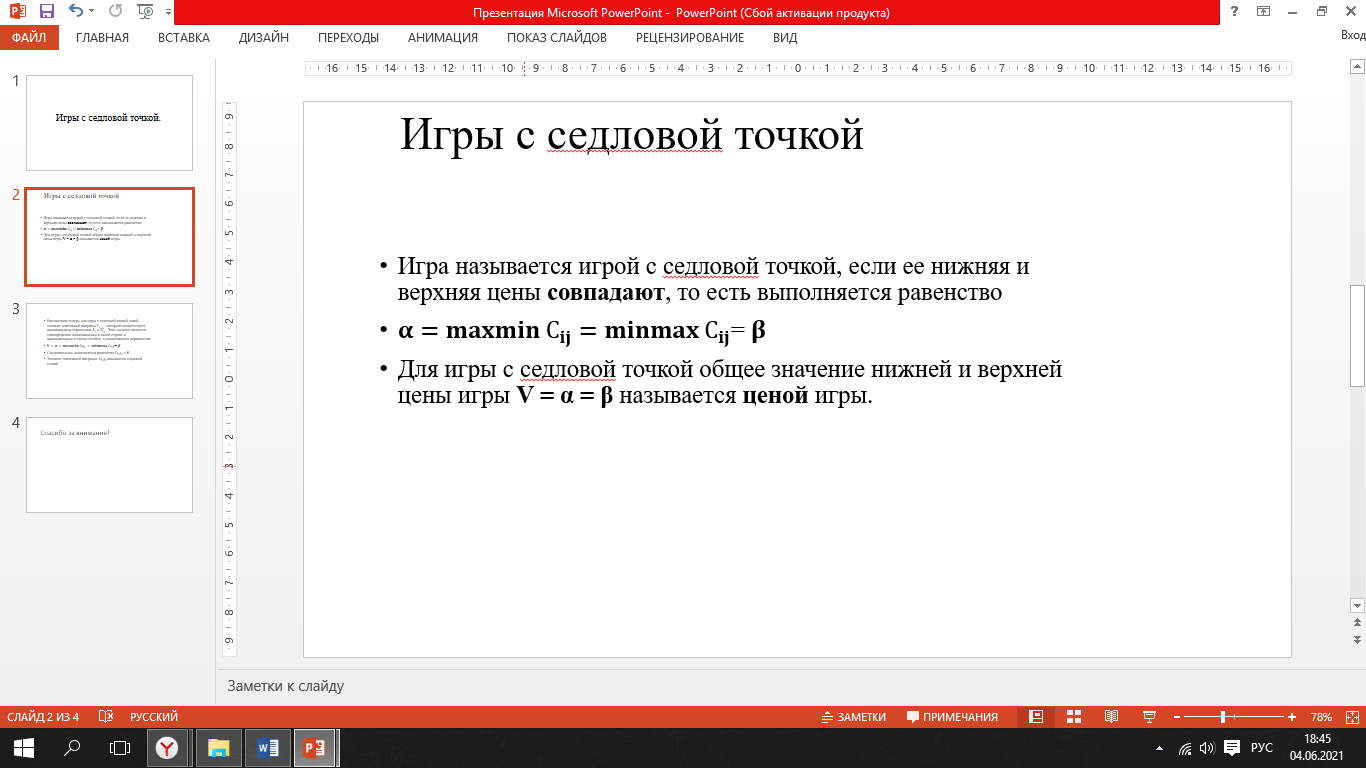
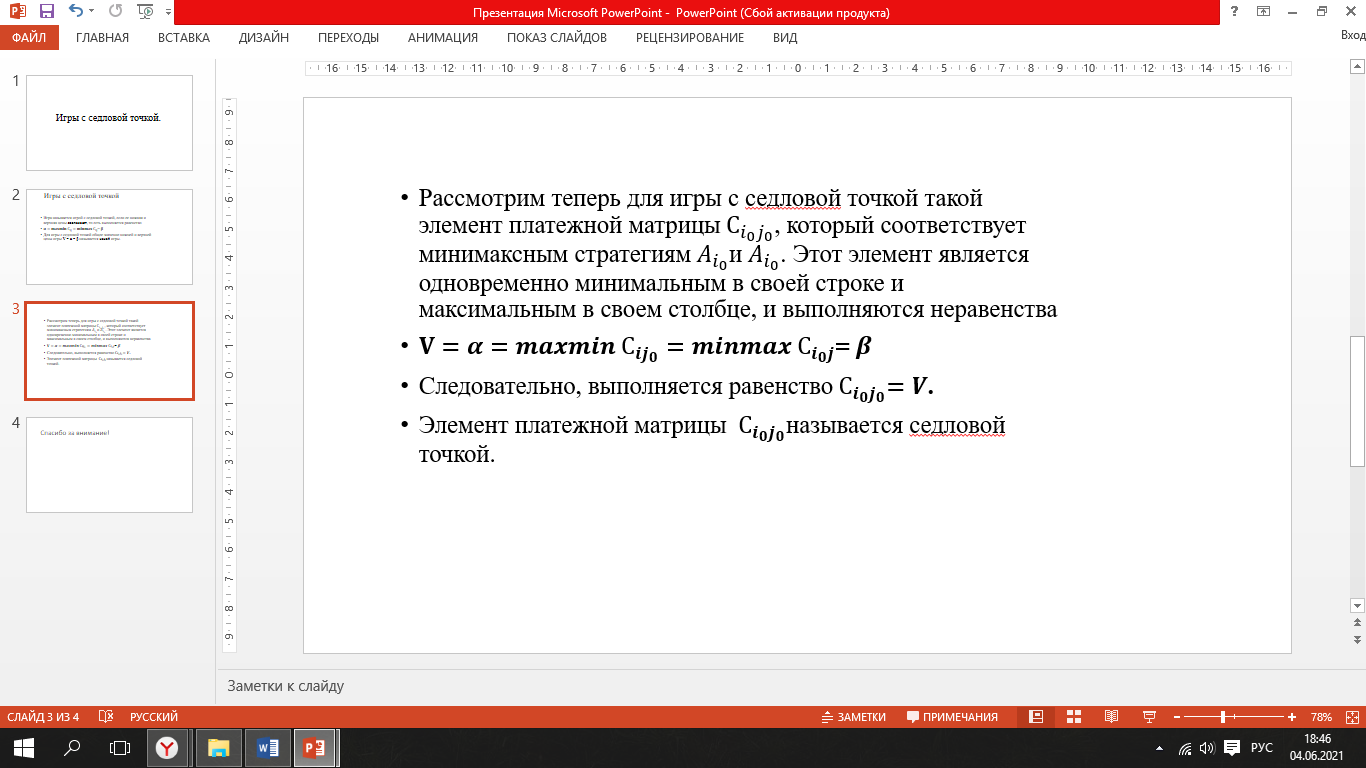
*Занятие 6.*

1. 2. 

3. 4.

5. 6.

*Занятие 7.*

1. 2.

# **Приложение 2. Дополнительные материалы**

**Занятие 11. Смешанные стратегии. Решение игры в смешанных стратегиях**

*Вид занятия:* Объяснение нового материала и рассмотрение практических примеров.

*Цель занятия:* Ввести новые понятия, показать решение игр в смешанных стратегиях.

*Познавательные УУД:* структурирование собственных знаний.

*Коммуникативные УУД:* организация и планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками.

*Регулятивные УУД:* контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

*Предметные УУД:* Умение дополнять, уточнять высказанные мнения по существу полученного задания.

Основная часть занятия.

Придерживаясь максиминной стратегии, при любом поведении противника заведомо гарантируем себе выигрыш, равный нижней цене игры α. Возникает вопрос, нельзя ли гарантировать себе выигрыш больший, применять не одну единственную чистую стратегию, а чередовать случайным образом несколько стратегий?

Смешанные стратегии заключаются в случайном чередовании чистых стратегий. Можно для каждой конечной игры получить решение, то есть пару таких (в общем случае смешанных) стратегий, что при применении их обоими игроками выигрыш будет равен цене игры.

Наша смешанная стратегия состоит в применении стратегийс вероятностямипричём. Будем обозначать эту стратегию.

Аналогично смешанная стратегия противника, где– вероятности, причём.

Любая конечная игра двух лиц с нулевой суммой имеет, по крайней мере, одно решение – пару оптимальных стратегий, в общем случае смешанных – и соответствующую цену V.

Параобладает следующим свойством: если один из игроков придерживается своей оптимальной стратегии, то другому не может быть выгодно отступать от своей. Эта пара стратегий образует в игре некое положение равновесия: один игрок хочет обратить выигрыш в максимум, другой в минимум. Если V>0, то игра выгодна для нас, если V<0 – то для противника. Если V=0, то игра справедлива, одинаково выгодна для обоих участников.

*Рассмотрим игру.* Пусть решения игры в чистых стратегиях нет. Требуется найти оптимальную смешанную стратегию игрока А.

Она отличается тем, что каковы бы ни были действия противника, выигрыш будет равным V.

Пусть игра задана платёжной матрицей:

Средний выигрыш первого игрока, если он использует оптимальную смешанную стратегию, а второй игрок – чистую стратегию, соответствующую первому столбцу платёжной матрицы, равен цене игры V.

Тот же средний выигрыш получает первый игрок, если второй игрок применяет стратегию, соответствующую второму столбцу платёжной матрицы.

Учитывая, что, получаем систему уравнений для определения оптимальных стратегий первого игрока и цены игры

Решая эту систему, находим.

При определении смешанной стратегии второго игрока получаем, что при любой чистой стратегии первого игрока средний проигрыш второго равен V.

Пусть– смешанная стратегия противника.

Решаянайдём.

Домашнее задание. Разобрать и выучить новый материал; найти решение игры в смешанных стратегиях.

**Занятие 12. Смешанные стратегии**

*Вид занятия:* Объяснение нового материала и рассмотрение практических примеров.

*Цель занятия.* Научить учащихся решать игры в смешанных стратегиях.

*Регулятивные УУД:* Волевая саморегуляция, контроль, при необходимости коррекция.

*Личностные и коммуникативные УУД:* Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации, развитие умения ясно, точно и грамотно излагать свои мысли.

Основная часть занятия.

*Задача.* Банк заинтересован в покупке акций некоего акционерного общества. Стремясь сделать покупку как можно более выгодной, банк снабжает продавца информацией о реальной стоимости акций, которая может быть, как правдивой, так и заведомо ложной. Продавец может, как поверить информации, так и не дать ей веры.

Условия задачи можно представить в виде платёжной матрицы, содержащей данные о величине возможной успешности сделки - приросте стоимости по отношению к вложенным средствам.

продавец акций

поверил нет

Банк

Необходимо выбрать такую стратегию банка, при которой результат окажется максимально возможным.

Решение.

α=0.608, β=1.000. Решение в чистых стратегиях невозможно. Составляем систему уравнений

Получим.

Смешанная стратегия банка, то есть ему будет наиболее выгодно говорить правду.

*Задание.* Найти решение игр в смешанных стратегиях:

Домашнее задание. Найти решение игры в смешанных стратегиях

**Занятие 13. Смешанные стратегии (дополнительное)**

*Вид занятия:* Рассмотрение практических примеров.

*Цель занятия.* Отработать навык нахождения смешанных стратегий.

*Личностные* *УУД:* Развивать у учащихся логическое и образное мышление, познавательные интересы, воображение.

*Коммуникативные УУД:* Приучать учащихся к внимательности при объяснении нового материала и к активному участию на уроке.

*Предметные УУД:* Уметь решать задачи различного типа.

Основная часть занятия.

*Задание.* Найти решение игр в смешанных стратегиях.

Домашнее задание. Найти решение игр в смешанных стратегиях.

**Занятие 14. Игры с «природой»**

*Вид занятия:* Объяснение нового материала и рассмотрение практических примеров.

*Цель занятия:* Научить находить оптимальные стратегии в условиях неопределённости.

*Познавательные УУД:* Структурирование собственных знаний.

*Коммуникативные УУД:* Организация и планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками.

*Регулятивные УУД:* Контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

*Личностные УУД:* Оценивание усваиваемого материала.

*Предметные УУД:* Умение дополнять, уточнять высказанные мнения по существу полученного задания.

Основная часть занятия.

Ранее предполагалось, что все участники игры имеют свои интересы. Однако так бывает далеко не всегда. Ситуации, когда нам либо ничего не известно об интересах второй стороны, либо эти интересы действительно отсутствуют (второй игрок – «природа»), характеризуются как ситуации принятия решений в условиях полной неопределённости (или игры с «природой»).

«Природа» понимается как некая действительность, мотивы проявления которой нам неизвестны.

Задача заключается в определении такой стратегии, которая при применении обеспечила бы первому игроку наибольший выигрыш. При этом большое значение имеет выбор специальных критериев, позволяющих оценивать то или иное действие.

Основные критерии выбора оптимальной стратегии рассматриваются на примерах.

Задача. Администрацией города получен целевой кредит на покупку пассажирских автобусов. Для его реализации был объявлен конкурс, в котором приняли участие пять фирм. Комиссия независимых экспертов провела исследование предложенных вариантов заказа автобусов по шести признакам. Эффективность использования вариантов с учётом баллов экспертов представлена матрицей

Решение. Для выбора оптимальной стратегии варианта заказа автобусов рассмотрим следующие критерии.

*1. Максиминный критерий Вальда.*

Он отражает «принцип гарантированного результата». Нужно выбирать такую стратегию, которая максимизировала бы наш выигрыш в самой неблагоприятной для нас ситуации.

Вычислим минимальные значения по строкам (min), а далее из них выберем максимальное: maxmin=max (3, 3, 2, 2, 4) =4, то есть целесообразно использовать пятую стратегию. Иногда этот критерий называют «критерием крайнего пессимизма».

*2. Критерий максимакса.*

Этот критерий является в определённом смысле противоположным по своему смыслу предыдущему критерию. Он предполагает рассмотрение наиболее благоприятного для нас случая.

Вычислим максимальные значения по строкам (max), а далее из них выберем максимальное:

maxmax =max (5, 4, 4, 5, 6) =6.

Рекомендуется пятая стратегия. Иногда этот критерий называют «критерием крайнего оптимизма».

*3. Критерий Гурвица.*

Он представляет собой целое семейство критериев, зависящих от некоторого параметра α.

Вычислим максимальные и минимальные значения по строкам, а далее произведем их взвешивание с α=0,5.

min max α 1-α

Находим max (4; 3,5; 3; 3,5; 5) =5.

Рекомендуется применять пятую стратегию.

*4. Критерий Сэвиджа.*

Построим матрицу рисков. Для этого первоначально вычислим максимальные значения по столбцам.

max 5 4 5 5 4 6

А теперь непосредственно матрицу рисков.

Далее вычислим максимальные значения по строкам и из них выберем минимальное:

minmax= min (3, 2, 4, 3, 1) =1.

Рекомендуется пятая стратегия.

*5. Критерий Лапласа.*

Вычислим среднее арифметическое по строкам:

Теперь выберем максимальное значение среди средних арифметических:

max (4; 3,7; 3; 3; 4,5) = 4,5.

Рекомендуется пятая стратегия.

Рассматривая полученные результаты, эксперты пришли к заключению о необходимости рекомендовать администрации заказ автобусов пятой фирмы.

Домашнее задание. Найти оптимальные стратегии в условиях неопределённости.

Ответ. Рекомендуется одинаково часто применять вторую и четвёртую стратегии.

**Занятие 15. Игры с «природой» (дополнение)**

*Вид занятия:* Рассмотрение практических примеров.

*Цель занятия.* Сформировать навык решения игр с «природой».

*Познавательные УУД:* Структурирование собственных знаний.

*Регулятивные УУД:* Контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

*Личностные УУД:* Оценивание усваиваемого материала.

*Предметные УУД:* Умение дополнять, уточнять высказанные мнения по существу полученного задания.

Основная часть занятия.

*Задача. Строительство электростанции.*

Возможно строительство четырёх видов электростанций: тепловые, приплотинные, бесшлюзовые, шлюзовые. Эффективность каждого из этих видов электростанций определяется сочетанием различных факторов, в том числе и факторов, зависящих от различных случайных явлений: погодных условий, режима рек, стоимости топлива и его перевозки, сейсмической обстановки района и так далее. Экономическая эффективность каждого типа электростанций в зависимости от состояний природы задаётся платёжной матрицей.

Решение.

1. Критерий Вальда: max (2; 2; 3; 1) = 3

Рекомендуются бесшлюзовые электростанции.

1. Критерий максимакса: max (5; 12; 10; 8) =12

Рекомендуются приплотинные электростанции.

1. Критерий Гурвица:

min max

Рекомендуются приплотинные электростанции.

1. Критерий Сэвиджа:

max 8 5 8 12

Матрица рисков Находим min (8; 6; 5; 7) = 5.

Рекомендуются бесшлюзовые электростанции.

1. Критерий Лапласа.

Рекомендуются бесшлюзовые электростанции.

Для строительства в данной местности рекомендуются бесшлюзовые электростанции, но вполне возможно и строительство приплотинных.

*Задание.* Найти оптимальные стратегии в условиях неопределённости.

1. Ответ. Рекомендуется применить третью стратегию.
2. Ответ. Рекомендуется применить третью стратегию.
3. Ответ. Рекомендуется применить первую стратегию.

Домашнее задание. Найти оптимальные стратегии в условиях неопределённости.

1. Ответ. Рекомендуется применить третью стратегию.
2. Ответ. Рекомендуется одинаково часто применять вторую и третью стратегии.

# **Приложение 3. Награды за участие в конкурсах**



