

«Музыка = математика»
(музыкально-теоретическая деятельность)

Автор:
Горковец Дарья, ученица 6
класса
Муниципального бюджетного
общеобразовательного
учреждения
средней школы №31

Научный руководитель:
Зарубина Алиса Юрьевна,
учитель музыки,
общеобразовательного
учреждения
средней школы №31

Сургут, 2021 г.

Оглавление

Введение.....	3
Основная часть.....	4
1. История взаимосвязи математики с музыкой.....	4
1.1 Учение Пифагора.....	4
1.2 Консонансы и диссонансы.....	4
1.3 Математика в творчестве И. С. Баха.....	5
1.4 Общие понятия.....	5
1.5 Интервальная система.....	6
2. Практическая работа на примере музыкального произведения.....	7
3. Перспективы развития проекта.....	7
Заключение.....	8
Источники.....	9
Приложение.....	10

Введение

Музыка и математика – два великих начала. Музыкальное искусство затрагивает струны души, заставляя переживать чувства, которые когда-то были переданы композитором; математика – точная наука, которая окружает нас по всюду, заставляет выстраивать, думать.

Я очень люблю музыку, поэтому уже несколько лет подряд я познаю этот прекрасный вид искусства. Математику я полюбила ещё с начальных классов. Мне очень нравится считать, решать задачи, несмотря на то, что иногда бывают трудности.

Каждый раз, при пении различных песен, я очень часто слышу: «Пой ритмично, ровно, считай и т.д.», и мне захотелось разобраться, насколько тесно связаны совершенно разные, но любимые явления: музыка и математика.

В первую очередь возник интерес исторического прошлого: как всё начиналось, какие люди внесли вклад в изучении синтеза этих двух явлений. Какие существуют общие понятия, которые применимы и в математике и музыке.

Очень мало людей задумываются о том, что такие разные явления совершенно не могут существовать друг без друга. Следы математического мышления проявляются в музыке, она построена полностью на математических закономерностях. Поэтому *цель своей* работы в установлении этих закономерностей; в установлении зависимости музыки от математики.

Для достижения поставленных целей, предполагается выполнить *ряд задач*:

- 1 Изучить методическую литературу, с использованием материалов Интернет-ресурса;
- 2 Отобрать материал;
- 3 Изучить историческое прошлое;
- 4 Обнаружить общие понятия в математике и музыке;
- 5 Интервалы в музыке;
- 6 Сделать небольшой опрос между одноклассников;
- 7 Провести исследование и рассмотреть математическую взаимосвязь в музыкальном произведении.

Новизна работы заключается в том, что я сделала попытку представить музыкальное произведение в виде математического графика. Очень много кто обращался к теме взаимосвязи музыки и математики, но не было проведено ни одного исследования в этом направлении.

Проблема в том, что очень мало кто заинтересован таким предметом как «Музыка».

Таким образом, я выдвинула *гипотезу*, что любое музыкальное произведение можно представить в виде математического графика (исследование проведено на примере П. И. Чайковского цикл «Детский альбом» «Старинная французская песенка»).

Основная часть

1. Историческое взаимодействие математики с музыкой

1.1 Учение Пифагора

Музыка существует на земле тысячи лет, поэтому первые упоминания взаимосвязи музыки с математикой были связаны с философией периода Архаики (VII – VI в до Р.Х.).

Одним из первых был философ Пифагор. Учение Пифагора состояло из 3-х главных предметов: математика, музыка и учение о переселении душ. Он считал, что именно число является тем инструментом, с помощью которого можно объяснить всё что нас окружает. Далее Пифагорейцами была открыта связь между музыкой и числом в частности, что высота звука зависят от длины и толщины струны. Музыкальные интервалы держатся на числовых соотношениях. Позже был разработан «Пифагоров строй». Это математическое выражение высоты между музыкальными ступенями. По преданию, он впервые был применён при настройке лиры Орфея.

Пифагорейцы выявили и поняли, что любой музыкальный инструмент- это физико-акустический прибор, поэтому первым музыкальным инструментом и научным прибором считался монохорд – это деревянный резонатор, над которым натянута струна, закреплённая в двух точках. Длину звучащей части струны можно менять с помощью передвигающейся подставки.

Было установлено, что частота колебания струны обратно пропорциональна длине. Частота — главная математическая характеристика звука. Получается, что уменьшение длины струны увеличивает частоту её колебаний и, следовательно, высоту звука.

Каждый из вас видел, как выглядит рояль, и почему он имеет такую форму. Всё зависит от длины и толщины струн. Чем ниже звучание, тем струны длиннее и толще, и наоборот, самые высокие звуки имеют короткие и тонкие струны.

Продолжением открытий Пифагора явилось деление звуков на консонанс (приятное звучание) и диссонанс (резкое, беспокойное звучание).

1.2 Консонансы и диссонансы

С математической стороны консонансами являются такие числа как: 1 (прима), 3 (терция), 4 (кварта), 5 (квинта), 6 (секста), 8 (октава). В музыке эти числа называются интервалами. Они звучат очень благородно и приятно ложатся на слух. Диссонансами являются: 2 (секунда) и 7 (септима). Имеют резкое звучание.

С развитием теорией музыки консонансы и диссонансы подвергались различным сомнениям. Проблема была в том, что было трудно найти пропорциональное соотношение звуков. Таким образом появился темперированный строй – сужение или расширение интервалов, выведенными ещё Пифагором.

Темперированный строй господствует в европейской музыке с времён с XVIII веков и до нашего времени.

1.3 Математика в творчестве И. С. Баха

Иоганн Себастьян Бах является создателем самого известного «Хорошо темперированного клавира». Все произведения из «ХТК» имеют количественную характеристику, которые легко выявляются путём подсчёта (количество тактов, звуков, голосов в музыке). Из биографии можно сказать, что И. С. Бах обладал определёнными математическими знаниями, и хорошо ориентировался в проблемах мензурирования органных труб, а эта область базируется на тонких математических расчётах.

1.4 Общие понятия

Много великих учёных высказывались по поводу взаимосвязи математики с музыкой: Эти высказывания вы можете видеть на слайде.

- ❖ Она слишком музыкальна для математиков и слишком математична для музыкантов (Леонард Эйлер);
- ❖ Настоящая наука и настоящая музыка требуют однородного мыслительного процесса (Альберт Эйнштейн);
- ❖ Математика – это музыка разума. Музыка – математика чувств (Джеймс Сильвестр).

Общие понятия, которые я смогла обнаружить и в музыке, и в математике:

Музыка	Математика
высота	
Определение высоты звука	Обозначение величины
интервал	
Расстояние между 2 звуками	промежуток
размер	
Число ритмических единиц в такте	дробь
темп	
Скорость исполнения звучания	Скорость – единица времени, физическая величина
ритм	
Чередование сильных и слабых долей	Ряд натуральных чисел 1,2,3,4,5 и т.д.

Помимо общих понятий, стоит выделить музыкальный термин как «длительность» (звукоточность). В музыке существуют: целые, половинные, четвертные, восьмые, шестнадцатые и т.д. Каждая длительность имеет свой определённый счёт.

- ❖ Целая имеет счёт: 1 И 2 И 3 И 4 И;
- ❖ Половинная: 1 И 2 И;
- ❖ Четвертная: 1 И или 2 И;
- ❖ Восьмая: 1 или И.

Размер определяет число единиц в такте, и на простом примере, мы можем составить из музыкального ритма математическое уравнение.

Пример: $4/4 = 1/2 + 1/4 + 2/8$.

«Нотный стан» можно считать определённым математическим графиком.

Также существуют в музыке знаки «альтерации». Эти знаки могут повышать и понижать ноты на пол тона.

- ❖ Диез – повышение звука;
- ❖ Бемоль – понижение.

Эти знаки я учитывала, когда из музыкальной мелодии составляла математический график, так как произведение написано в такой тональности, которая имеет знаки при ключе (2 бемоля: «си» и «ми»).

1.5 Интервальная система

Вот ещё одно доказательство того, что музыка состоит из математики. Интервал - это расстояние между 2 звуками. Чтобы построить и создавать музыкальные интервалы, нужно знать тоновую их составляющую. Минимальной единицей измерения в интервальной системе принято считать тоны и полутоны. Полутоном – самая минимальная единица вычисления (см. Приложение № 1).

Интервалы	
название	Единица измерения
Чистая Прима (ч1)	0 тонов
Малая секунда (м2)	0,5 (1 полутоном)
Большая секунда (б2)	1 тон
Малая терция (м3)	1,5 тона (1 тон 1 полутоном)
Большая терция (б3)	2 тона
Чистая кварта (ч4)	2,5 тона (2 тона 1 полутоном)
Увеличенная кварта (ув4) (тритон)	3 тона
Уменьшённая квинта (ум5) (тритон)	3 тона
Чистая квинта (ч5)	3,5 тона (3 тона 1 полутоном)
Малая секста (м6)	4 тона
Большая секста (б6)	4,5 тона (4 тона 1 полутоном)
Малая септима (м7)	5 тонов
Большая септима (б7)	5,5 тона (5 тонов 1 полутоном)
Чистая октава (ч8)	6 тонов

Зная интервалы и их математическую составляющую можно с лёгкостью от любой ноты построить различные интервалы, а в совокупности можно сочинить и целую мелодию.

2. Практическая работа на примере музыкального произведения

Для того, чтобы начать проводить практическую часть своего исследования, мне стало интересно мнение моих одноклассников. Я провела небольшой Гугл-опрос между ними. В опросе приняли 30 человек, что составляет 100 %. Им был задан вопрос: «Существует ли взаимосвязь музыки с математикой?». И вот что получилось: результаты вы видите на слайде.

58 % (больше половины) – «Да, я считаю, что существует»;

10 % - «Нет никакой взаимосвязи»;

32 % - «Не знаю».

В связи с этим, чтобы доказать свою гипотезу, я провела исследование над произведением русского композитора П. И. Чайковского «Старинная французская песенка» из цикла «Детский альбом». Чтобы представить произведение в математическом графике, мне потребовалось знание интервальной системы. С помощью интервалов я составила график.

Для составления этого графика также потребовалось изучить из сколько тактов состоит произведение (34 такта). Это нужно было для того, чтобы обозначить нижнюю ось графика.

Боковая ось означает минимальную единицу исчисления (полутон).

Мелодия «Старинная французская песенка» написана в размере 2/4 и имеет при ключе 2 знака альтерации. Это си бемоль и ми бемоль. Правильно высчитав и выстроив интервалы, получился такой график: (см. график в Приложении).

Изучая полученный график, визуально видно, что музыку можно разделить на небольшие 4 части. Более того видно, что мелодия состоит из повторов.

Рассматривая нотный текст, не знающий человек с трудом определит, что существуют повторы. А глядя на схему, мы с лёгкостью можем это определить. Таким образом, я могу утверждать, что музыкальное произведение можно изучить с применением математических знаний, приёмов.

3. Перспектива развития

На данном этапе работы я рассмотрела только главную основную мелодию произведения П. И. Чайковского «Старинная французская песенка», поэтому проект находится в процессе развития. В дальнейшем я буду исследовать менее выразительную часть этого музыкального произведения – аккомпанемент. Мне необходимы будут новые знания по музыкальной грамоте. Завершающим этапом проекта станет создание картины, написанной в стиле «авангардизм».

Заключение

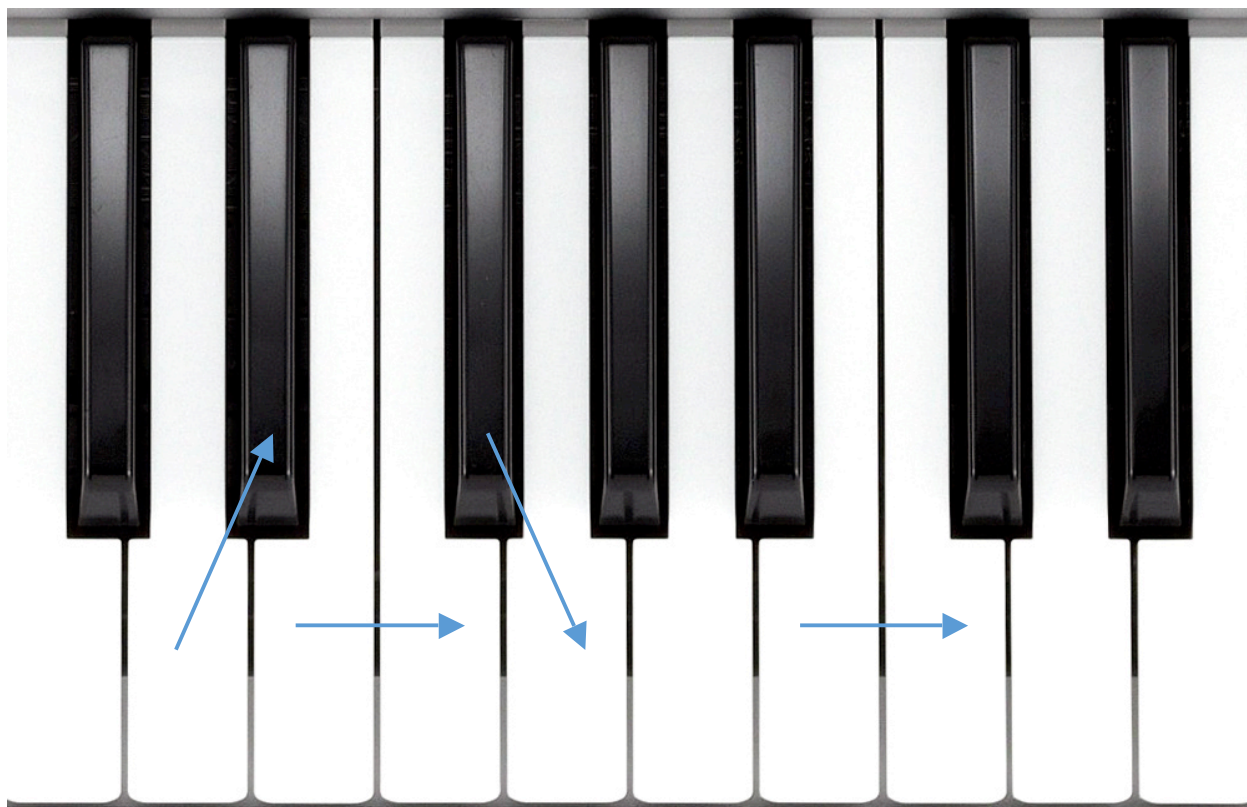
Музыка и математика - я выяснила, что они обладают огромной силой и взаимодействуют друг с другом. Музыку можно лишь постичь благодаря математическим знаниям.

Благодаря этому проекту я узнала много интересного из мира музыки и математики. Я надеюсь, что предметом «Музыка» будут интересоваться больше, так как это искусство таит в себе много интересного. Теперь уверена точно в том, что взаимосвязь музыки и математики очень сильна. Таким образом моя гипотеза подтвердилась, и мы видим, что любое произведение можно представить в виде математического графика.

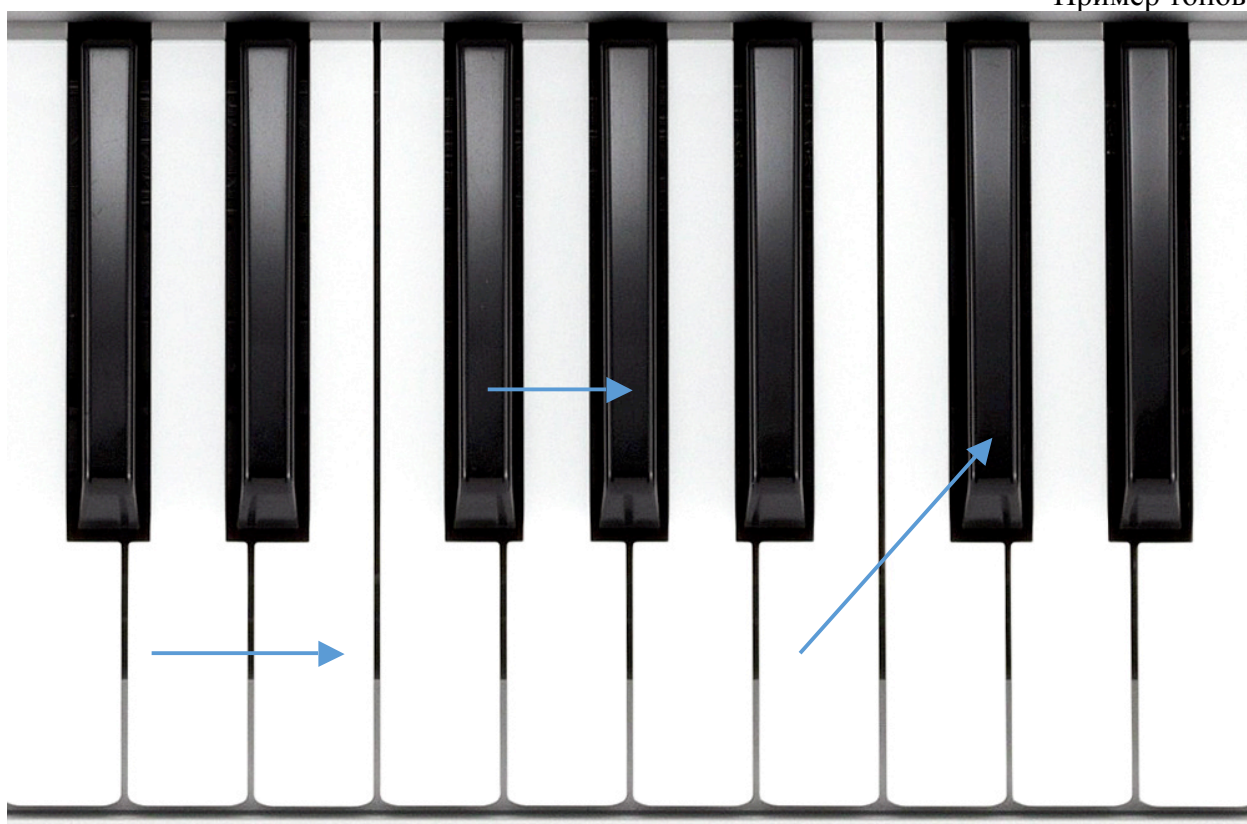
Источники

1. Тетрадь по Мировой Художественной Культуре
2. Научная статья <https://cyberleninka.ru/article/n/mezhdu-l-mitslerom-i-i-mattezonom-tvorcheskiy-protsess-i-s-baha-i-muzykalnaya-matematika>
3. <https://www.classicalmusicnews.ru/articles/muzyika-i-matematika-first/>
4. Гарбузов Н. А., Зонная природа звуковысотного слуха, М.-Л., 1948
5. Сольфеджио, музыкальные правила
6. <https://proshkolu.ru/user/epichin/blog/106863/>
7. https://www.music-theory.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=23&Itemid=166&lang=ru

Приложение № 1
Пример полутонов.



Пример тонов.



16. СТАРИННАЯ ФРАНЦУЗСКАЯ ПЕСЕНКА

Molto moderato (Весьма умеренно)

The image displays a musical score for a piece titled "16. СТАРИННАЯ ФРАНЦУЗСКАЯ ПЕСЕНКА". The tempo is marked "Molto moderato" (Весьма умеренно). The score is written for piano and consists of five systems of music, each with a treble and bass clef staff. The key signature is one flat (B-flat major or D minor), and the time signature is 3/4. The piece begins with a piano (*p*) dynamic and includes various musical notations such as slurs, ties, and fingerings. The first system includes the instruction "p *субкантино*". The second system continues the melodic and harmonic development. The third system features a piano (*p*) dynamic and includes a section with a forte (*f*) dynamic. The fourth system includes a mezzo-forte (*mf*) dynamic and a piano (*p*) dynamic. The fifth system concludes the piece with a final cadence. The score is presented in a clear, legible format with standard musical notation.

МУЗЫКА = МАТЕМАТИКА

П. И. Чайковский Цикл «Детский альбом» «Старинная французская песенка»

