МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 17»

Исследовательская работа

«ВЕРОЯТНОСТЬ ПОЛУЧЕНИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ОТМЕТКИ ПРИ НАПИСАНИИ ТЕСТОВОЙ РАБОТЫ ПУТЕМ УГАДЫВАНИЯ ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА»

Подготовил:

Аболмасов Никита Юрьевич,

обучающегося 7 А класса

Руководитель работы:

Пилюгина Юлия Сергеевна,

учитель математики,

МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 17»

Курск, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc62923961)

[ГЛАВА 1. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ 5](#_Toc62923962)

[1.1. Основные понятия теории вероятностей 5](#_Toc62923963)

[1.2. Вероятности в жизни 7](#_Toc62923964)

[ГЛАВА 2. ВЕРОЯТНОСТЬ ПОЛУЧЕНИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ОТМЕТКИ ПРИ НАПИСАНИИ ТЕСТОВОЙ РАБОТЫ ПУТЕМ УГАДЫВАНИЯ ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА 9](#_Toc62923965)

[2.1. Проведение опытной работы и анализ результатов 9](#_Toc62923966)

[2.2. Вычисление вероятности получения положительной отметки 12](#_Toc62923967)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 15](#_Toc62923968)

[СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 16](#_Toc62923969)

[ПРИЛОЖЕНИЕ 17](#_Toc62923970)

# ВВЕДЕНИЕ

Процесс обучения невозможен без проверки знаний, умений и навыков обучающихся. Результаты письменных работ имеют более высокий вес при выставлении итоговых оценок по основным предметам.

Тест – это одна из используемых форм контроля. Номера с выбором верного ответа встречаются в ВПР и ОГЭ, поэтому, учителя часто используют данный вид проверочной работы на уроках. И у меня возник вопрос: «Если наугад выбрать ответы, то есть ли шанс получить положительную оценку?». Мы с учителем решили провести исследование и выяснить вероятность данного события.

Актуальность выбранной темы заключается в том, что каждый школьник периодически полагается на интуицию, если не знает точного ответа.

Объектом исследования является процесс написания тестовой работы путём угадывания правильного ответа.

Предмет исследования – вероятность получения положительной отметки.

Целью моей работы является определение вероятности получения положительной отметки при написании тестовой работы учащимися 7 класса путем угадывания правильного ответа.

Гипотеза – вероятность угадать верные ответы при написании тестовой работы крайне мала, а значит практически невозможно получить положительную оценку без подготовки.

Для достижения поставленной цели и доказательства выдвинутой гипотезы были обозначены следующие задачи:

1. проанализировать материал по теории вероятности и её практическое применение;
2. проанализировать результаты, полученные в ходе опытной работы;
3. вычислить вероятность получения положительной отметки.

Методы исследования: анализ литературы, тестирование, анализ полученных результатов.

# ГЛАВА 1. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

* 1. Основные понятия теории вероятностей

Основными понятиями в теории вероятностей являются: испытание, событие и вероятность.

Вероятность достаточно часто используется в повседневной жизни. Наверняка, каждому знакомы фразы: «завтра, вероятно, будет хорошая погода», или «вероятнее всего в выходные я буду занят».

При изучении какого-либо явления мы проводим эксперименты, в ходе которых происходят различные события: достоверные, невозможные, равновероятные, случайные. Рассмотрим примеры.

Событие называют достоверным в некотором испытании, если в результате этого испытания оно обязательно произойдет. Примером такого события является бросание игральной кости, где обязательно выпадет одно из шести чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Событие называют невозможнымв некотором испытании, если в ходе этого испытания оно никогда не произойдет*.* Пример: при однократном бросании игральной кости выпадет число большее 6. Понятно, что это невозможно.

Равновероятными называют события, которые при данных условиях в некотором испытании имеют одинаковые шансы для наступления. Примером таких событий является однократное бросание симметричной монеты, если выпадет орёл. Так как всего два исхода вероятности выпадения орла или решки равны.

Событие называют случайным в некотором испытании, если в ходе этого испытания оно может произойти или не произойти. Например: при однократном бросании игральной кости выпадет четное число. Четное число может выпасть, а может выпасть нечетное число [1, с. 129].

Особое место в теории вероятностей занимают случайные события, ведь если событие случайное, значит, не подчиняется закономерностям, алгоритмам. Оказывается, и в мире случайного действуют определенные законы, позволяющие вычислять вероятности.

В школе изучают классическое определение вероятности. Рассмотрим его.

Принято вероятность события Аобозначать так: Р(А),тогда формула для вычисления вероятности имеет вид:

$$P\left(A\right)=\frac{m}{n}, где m \leq n.$$

Вероятностью Р(А) события А в испытании с равновозможными элементарными исходами называется отношение числа исходов $m$, благоприятствующих событию $A$, к числу исходов $n$ всех исходов испытания. Из формулы следует, что

$$0\leq P(A)\leq 1.$$

При решении вероятностных задач часто приходится сталкиваться с многократными повторами испытаний и исход каждого испытания независим от исходов других. Такой эксперимент называется схемой повторных независимых испытаний или схемой Бернулли. Данная схема названа в честь выдающегося швейцарского математика Якоба Бернулли, выведшего формулу для нахождения вероятности появления случайного события:

$P\_{n}\left(m\right)=C\_{n}^{m}p^{m}q^{n-m}$,

где $P(m)$ – вероятность, что событие $A$ появится ровно m раз в n испытаниях, $n$ – число испытаний, $p$ – вероятность появления события $A$ в одном испытании, $q$ – вероятность не появления события $A$ в одном испытании.

Число сочетаний выражается формулой: $C\_{n}^{m}=\frac{n!}{m!\left(n-m\right)!}$. Тогда получим следующую формулу:

$P\_{n}\left(m\right)=\frac{n!}{m!\left(n-m\right)!}p^{m}q^{n-m}$ [5, с. 136].

Данную формулу будем применять при расчете вероятности получения положительной отметки при выполнении теста.

* 1. Вероятности в жизни

В жизни мы каждый день встречаемся с задачами из теории вероятностей, но мало кто сможет такую задачу решить. В школе на уроках математики нас знакомят и учат решат простейшие вероятностные и комбинаторные задачи, начиная с пятого класса. Ниже представлены некоторые виды таких задач, встречающихся в жизни.

1. Игры в кости

Кости – одна из древнейших игр. Инструментом для игры являются кубики (кости) в количестве от одного до пяти в зависимости от вида игры. Суть игры состоит в выбрасывании кубиков и дальнейшем подсчёте очков, количество которых и определяет победителя. Разновидности игры предполагают разный подсчёт очков.

1. Коды на сейфах, телефонные номера, пароль в социальных сетях.
2. Лотереи

Лотерея – организованная игра, при которой распределение выгод и убытков зависит от случайного извлечения того или иного билета или номера (жребия, лота). Кто из нас не мечтал выиграть в лотерею миллион! Но все мы реалисты и понимаем, что вероятность такого выигрыша очень мала. Ведь игра в лотерею – это игра с судьбой, попытка поймать удачу. И чем больше выигрыш стоит на кону – тем сильнее ощущения!

1. Карточные игры

Карточная игра — игра с применением игральных карт, характеризуется случайным начальным состоянием, для определения которого используется набор (колода) [4, с. 37].

Важным принципом практически всех карточных игр является случайность порядка карт в колоде. Перед использованием той же колоды в следующей игре карты в ней перемешиваются (перетасовываются).

1. Игровые автоматы

Известно, что в игровых автоматах скорость вращения барабанов зависит от работы микропроцессора, повлиять на который нельзя. Но можно вычислить вероятность выигрыша на игровом автомате в зависимости от количества символов на нем, числа барабанов и других условий. Однако выиграть это знание вряд ли поможет.

# ГЛАВА 2. ВЕРОЯТНОСТЬ ПОЛУЧЕНИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ОТМЕТКИ ПРИ НАПИСАНИИ ТЕСТОВОЙ РАБОТЫ ПУТЕМ УГАДЫВАНИЯ ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА

* 1. Проведение опытной работы и анализ результатов

В опытной работе принимали участие 23 ученика 7 А класса и 25 учеников 9 А класса МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 17» г. Курска.

Всю работу мы разбили на несколько этапов. Первый этап – это анкетирование учащихся и анализ результатов. Во втором этапе составили тест и провели тематический контроль в двух классах. Третий этап ­– анализ полученных результатов.

На первом этапе мы провели опрос среди учащихся 7 и 9 классов нашей школы, в котором им нужно было ответить на вопрос «Возможно ли получить за тест положительную оценку, если выбирать вариант ответа наугад?».

Анализ результатов опроса мы представили на диаграмме.

На втором этапе мы разработали тест по геометрии. Мы решили проверить, как будет отличаться вероятность получения положительной отметки в зависимости от знаний учащихся.

Мы составили тест по теме «Свойства прямоугольного треугольника» с четырьмя вариантами ответа, из которых только один верный. Тест представлен в приложении 1.

Данную работу мы провели в 7 и 9 классах. Тест состоял из 7 вопросов. Критерии были следующие: оценка «3» – 4 балла, оценка «4» ­– от 5 до 6 баллов и оценка «5» ­– 7 баллов.

Учащиеся 7 класса не проходили данную тему, поэтому ответы они выбирали путем угадывания. Их результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Фамилия и имя | Баллы |
| 1 | Аболмасов Никита | 3 |
| 2 | Бернацких Никита | 4 |
| 3 | Брусенцева Вероника | 0 |
| 4 | Гончаров Евгений | 3 |
| 5 | Долгов Даниил | 1 |
| 6 | Жукова Анастасия | 3 |
| 7 | Клёсова Анастасия | 3 |
| 8 | Кургузов Александр  | 1 |
| 9 | Лукин Данила | 2 |
| 10 | Метелкина Элеонора | 0 |
| 11 | Москвина Елизавета | 1 |
| 12 | Надеин Эльдар | 4 |
| 13 | Неприн Иван | 0 |
| 14 | Охрименко Валерия | 2 |
| 15 | Пожидаев Иван  | 1 |
| 16 | Потолов Илья | 1 |
| 17 | Русу Дарья | 2 |
| 18 | Силакова Арина | 0 |
| 19 | Снитков Виктор | 0 |
| 20 | Травкин Алексей | 1 |
| 21 | Фурманова Диана | 2 |
| 22 | Щепанский Артём | 1 |
| 23 | Яцкая Мария | 2 |

Учащиеся 9 класса проходили данную тему и активно используют данные знания на уроках геометрии. Результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Фамилия и имя | Баллы |
| 1 | Анпилогов Давид | 7 |
| 2 | Асеев Платон | 7 |
| 3 | Бондаренко Дмитрий | 5 |
| 4 | Викторова Анастасия | 4 |
| 5 | Гвоздев Александр | 3 |
| 6 | Гвоздев Константин | 4 |
| 7 | Гладких Кирилл | 6 |
| 8 | Гуцул Анастасия | 7 |
| 9 | Дмитрова Анастасия | 4 |
| 10 | Докукин Иван | 5 |
| 11 | Журавлева Анна | 4 |
| 12 | Зудин Артем | 4 |
| 13 | Ковалева Полина | 5 |
| 14 | Коренев Денис | 5 |
| 15 | Локтионов Александр | 2 |
| 16 | Макарова Валерия | 7 |
| 17 | Носов Денис | 6 |
| 18 | Переверзева Мария | 7 |
| 19 | Плачинта Ксения | 4 |
| 20 | Руковицына Кристина | 7 |
| 21 | Силаков Артем | 5 |
| 22 | Солянин Кирилл | 1 |
| 23 | Тиньков Кирилл | 5 |
| 24 | Тырыкина Юлия | 3 |
| 25 | Шматко Виктория | 7 |

Из таблицы замечаем, что только двое учащихся из 7 класса написали на оценку «3», а учащиеся 9 класса, имея знания по данной теме, получили результаты значительно выше. Данные значения позволяют сделать вывод о том, что угадать правильный ответ практически невозможно.

* 1. Вычисление вероятности получения положительной отметки

Наша опытная работа является задачей случайных событий.

Определим вероятность получения положительной оценки на основе наших результатов.

В 7 классе, где результаты были получены на основе угадывания верного ответа:

$$P\left(A\right)=\frac{2}{23}≈0,09.$$

В 9 классе, где результаты были получены на основе решения теста.

$$P\left(B\right)=\frac{21}{25}≈0,84.$$

Можно сделать вывод, что вероятность решить тест или сдать экзамен на положительную оценку без подготовки крайне низкая.

Наша опытная работа является задачей случайных событий в независимых испытаниях, поэтому для обработки данных мы с учителем использовали формулу Бернулли, она позволила нам вычислить вероятность получения положительной отметки при написании тестовой работы путем угадывания правильного ответа.

Согласно этой формуле, мы должны выбрать событие A. Рассчитаем вероятность для каждого отдельного теста.

1. Тест с двумя вариантами ответа.

Событие $A$: верный ответ в одном вопросе. Тогда $P\left(A\right)=\frac{1}{2}=p$, тогда $q=1-p=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. Чтобы получить положительную отметку, необходимо набрать минимум 4 балла, значит $m=4, n=7$.

$P\_{7}\left(4\right)=\frac{7!}{4!\left(7-4\right)!}∙\left(\frac{1}{2}\right)^{4}∙\left(\frac{1}{2}\right)^{7-4}=\frac{1∙2∙3∙4∙5∙6∙7}{1∙2∙3∙4∙1∙2∙3}∙\frac{1}{16}∙\frac{1}{8}=35∙\frac{1}{16}∙\frac{1}{8}=\frac{35}{128}≈0,27.$

Теоретически, положительную отметку, выбирая ответ наугад, можно получить с вероятностью всего лишь 0,27.

1. Тест с тремя вариантами ответа.

Событие $A$: верный ответ в одном вопросе. Тогда $P\left(A\right)=\frac{1}{3}=p$, тогда $q=1-p=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$. Чтобы получить положительную отметку, необходимо набрать минимум 4 баллов, значит $m=4, n=7$.

$P\_{7}\left(4\right)=\frac{7!}{4!\left(7-4\right)!}∙\left(\frac{1}{3}\right)^{4}∙\left(\frac{2}{3}\right)^{7-4}=\frac{1∙2∙3∙4∙5∙6∙7}{1∙2∙3∙4∙1∙2∙3}∙\frac{1}{81}∙\frac{8}{27}=35∙\frac{1}{81}∙\frac{8}{27}≈0,13.$

Добавлением еще одного варианта ответа мы уменьшили вероятность получения положительной отметки почти в 2 раз.

1. Тест с четырьмя вариантами ответа.

Событие $A$: верный ответ в одном вопросе. Тогда $P\left(A\right)=\frac{1}{4}=p$, тогда $q=1-p=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$. Чтобы получить положительную отметку, необходимо набрать минимум 4 баллов, значит $m=4, n=7$.

$P\_{7}\left(4\right)=\frac{7!}{4!\left(7-4\right)!}∙\left(\frac{1}{4}\right)^{4}∙\left(\frac{3}{4}\right)^{7-4}=\frac{1∙2∙3∙4∙5∙6∙7}{1∙2∙3∙4∙1∙2∙3}∙\frac{1}{256}∙\frac{27}{64}=35∙\frac{1}{256}∙\frac{27}{64}≈0,06.$

В опытной работе только двое учеников получить отметку 3, оценок выше никто не получил.

Вероятность получения хорошей отметки в тесте с четырьмя вариантами очень мала. Результаты практических экспериментов и их теоретическое обоснование подтверждают правильность выдвинутой гипотезы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы я выполнил следующие задачи:

# проанализировал материал по теории вероятности и её практическое применение;

1. проанализировал результаты, полученные в ходе опытной работы;
2. вычислил вероятность получения положительной отметки.

В ходе исследования я не только подтвердил свою гипотезу, но и получил возможность использовать, полученные знания на уроках математики, так как они помогут мне в дальнейшей жизни.

Результаты данной работы позволяют сделать вывод, что только планомерная, вдумчивая и добросовестная учеба в школе сформирует у учащихся умение успешно писать тестовые работы. С результатами данного исследования можно ознакомить учеников во время проведения классных часов и внеклассных мероприятий, чтобы подчеркнуть важность учения.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лоэв М. Теория вероятностей. – М.: Наука, 2012. – 449 с.
2. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра. 7 класс. Учебник. – М.: Вентана-Граф, 2016. – 272 с.
3. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра. 9 класс. Учебник. – М.: Вентана-Граф, 2016. – 304 с.
4. Митропольский А.К. Техника статистических вычислений (2-е изд.). – М.: Наука, 2011. – 576 с.
5. Невё Ж. Математические основы теории вероятностей. – М.: Мир, 2010. – 208 с.
6. Сайт фестиваля педагогических идей «Открытый урок» [Электронный ресурс] – <https://открытыйурок.рф>

# ПРИЛОЖЕНИЕ

Тест по геометрии «Свойства прямоугольного треугольника»

1. Сторона прямоугольного треугольника, прилежащая к прямому углу, называется…

а) боковой стороной; б) гипотенузой;

в) основанием; г) катетом.

1. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна…

а) 90°; б) 180°; в) 360°; г) нет правильного ответа.

1. Найдите острый угол прямоугольного треугольника, если другой острый угол равен 69°.

а) 21°; б) 69°; в) 90°; д) нет правильного ответа.

1. В ΔBDC проведена высота DK. Найдите углы ΔBDK, если ∠B=66°.

а) 48°, 66° и 66°; б) 24°, 66° и 90°;

в) 57°, 57° и 66°; г) нет правильного ответа.

1. В ΔEFK проведена высота FP. Найдите углы ΔEFP, если EF=FK и ∠EFK=106°.

а) 37°, 53° и 90°; б) 37°, 37° и 106°;

в) 53°, 53° и 74°; г) нет правильного ответа.

1. В ΔBDC проведена высота DK. Найдите углы ΔCDK, если BD=CD и ∠KBD=36°.

а) 36°, 36° и 108°; б) 36°, 74° и 74°;

в) 36°, 54° и 90°; г) нет правильного ответа.

1. ΔABC – прямоугольный с прямым углом С, СD – высота. Найдите острые углы ΔАВС, если ∠ВCD=62°.

а) 59°, 59° и 62°; б) 28°, 62° и 90°;

в) 56°, 62° и 62°; г) нет правильного ответа.