**Международный конкурс исследовательских работ школьников “Research start 2018/2019”**

Направление: Физико-математические дисциплины

**ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА**

**Тема: Практическое применение тригонометрии**

Иванова Дарья Константиновна,

Ученица 9 Б класса

МБОУ «СОШ №69 с УИОП»

Научный руководитель:

Коновалова Ольга Викторовна,

учитель математики

МБОУ «СОШ №69 с УИОП»

высшей квалификационной категории

Ижевск, 2019

**Содержание:**

Введение…………………………………………………………………………...3

Теоретическая часть………………………………………………………………5

1.1. Определение тригонометрии, тригонометрических функций………..5

1.2. История возникновения тригонометрии ………….…………………..…7

1.3. Решение задач с использованием тригонометрических функций….......9

1.4 Применение тригонометрии.......................................................................11

1.5. Основные тригонометрические формулы ……………………………..12

Практическая часть……………………………………………………...………13

Заключение………………………………………...………………………..……19

Список использованной литературы………………………………….………..20

**Введение**

Тригонометрические функции играют важную роль в математике и ее приложениях. Они удобны для описания связи между сторонами и углами треугольников. Использование тригонометрии способствует утверждению взгляда на понятие функции, как на важнейшее понятие математики, связывая тем самым курс алгебры и геометрии. Тригонометрический материал весьма интересен и специфичен, так как находится на стыке геометрии и алгебры.

Велико значение тригонометрических функций в формировании диалектического мировоззрения: они являются моделью многих периодических процессов (биение сердца, зависимость напряжения в металле от нагрузки на него и т.д.), и через их посредство, многие геометрический факты находят применение в непосредственно практической деятельности, в частности, при проведении различных измерительных работ на местности. [4]

**Цель:**

Научитьсяверно применять тригонометрические функции при решении практических измерительных задач; доказать, что знание основных тригонометрических функций позволяет решать вопросы во многих областях науки.

**Задачи:**

1. Дать определение тригонометрии, тригонометрическим функциям;
2. Познакомиться с историей возникновения тригонометрии;
3. Решить некоторые задачи с использованием тригонометрических функций;
4. Самостоятельно составить практические измерительные задачи:
5. Сделать вывод о проведенной работе.

**Актуальность работы:**

Я думаю, что данная работа актуальна как для меня, так и для других учащихся, ведь по статистике именно тригонометрические задачи вызывают наибольшую сложность на основном и едином государственных экзаменах -ОГЭ и ЕГЭ. Тем самым, повторив материал сейчас, можно избежать досадных ошибок в будущем.

**Гипотеза:**

Есть такие задачи, ответ на которые можно найти только тригонометрическим способом.

1. **Теоретическая часть**
   1. **Определение тригонометрии, тригонометрических функций**

Термин «тригонометрия» впервые появился в 1595 г. как название книги немецкого математика [Бартоломеуса Питискуса](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%82%D0%B8%D1%81%D0%BA%D1%83%D1%81,_%D0%91%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%83%D1%81" \o "Питискус, Бартоломеус) (1561—1613), а сама наука ещё в глубокой древности использовалась для расчётов в астрономии, архитектуре и [геодезии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%B7%D0%B8%D1%8F) (науке, исследующей размеры и форму Земли).

Тригонометрия (от [др.-греч.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D1%80%D0%B5%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA" \o "Древнегреческий язык) τρίγωνον «[треугольник](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B5%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B8%D0%BA)» и μετρέω «измеряю», то есть измерение треугольников) — раздел [математики](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0), в котором изучаются [тригонометрические функции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8) и

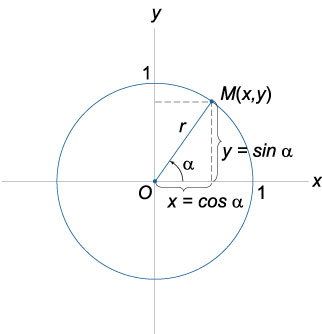
их использование в геометрии.

Под тригонометрическими функциями подразумеваются элементарные функции, аргументом которых является угол. С помощью тригонометрических функций описываются соотношения между сторонами и острыми углами в [прямоугольном треугольнике](http://www.math24.ru/%D0%BF%D1%80%D1%8F%D0%BC%D0%BE%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9-%D1%82%D1%80%D0%B5%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B8%D0%BA.html). [2]

Области применения тригонометрических функций чрезвычайно разнообразны. Так, например, любые периодические процессы можно представить в виде суммы тригонометрических функций ([ряда Фурье](http://www.math24.ru/%D0%BE%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5-%D1%80%D1%8F%D0%B4%D0%B0-%D1%84%D1%83%D1%80%D1%8C%D0%B5.html)). Данные функции часто появляются при решении [дифференциальных](http://www.math24.ru/%D1%81%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D1%80%D0%B6%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5-%D0%BE%D0%B1%D1%8B%D0%BA%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5-%D0%B4%D0%B8%D1%84%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B5-%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F.html) и функциональных уравнений. [6]

К тригонометрическим функциям относятся следующие 6 функций: синус, косинус, тангенс, котангенс, секанс и косеканс. Для каждой из указанных функций существует [обратная тригонометрическая функция](http://www.math24.ru/%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B5-%D1%82%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5-%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8.html).

Геометрическое определение тригонометрических функций удобно ввести с помощью единичного круга. На рисунке изображен круг радиусом r=1. На окружности обозначена точка M(x,y). Угол между радиус-вектором OM и положительным направлением оси Ox равен α. [3]

****

* Синусом угла α называется отношение ординаты y точки M(x,y) к радиусу r:   
  sinα=y/r.   
  Поскольку r=1, то синус равен ординате точки M(x,y).
* Косинусом угла α называется отношение абсциссы x точки M(x,y) к радиусу r:   
  cosα=x/r
* Тангенсом угла α называется отношение ординаты y точки M(x,y) к ee абсциссе x:   
  tanα=y/x,x≠0
* Котангенсом угла α называется отношение абсциссы x точки M(x,y) к ее ординате y:   
  cotα=x/y,y≠0
* Секанс угла α − это отношение радиуса r к абсциссе x точки M(x,y):   
  secα=r/x=1/x,x≠0
* Косеканс угла α − это отношение радиуса r к ординате y точки M(x,y):   
  cscα=r/y=1/y,y≠0 [5]

**1.2 История возникновения тригонометрии**

### Древняя Греция

Древнегреческие математики в своих построениях, связанных с измерением дуг круга, использовали технику хорд. Перпендикуляр к хорде, опущенный из центра окружности, делит пополам дугу и опирающуюся на неё хорду. Половина поделенной пополам хорды — это синус половинного угла, и поэтому функция синус известна также как «половина хорды». Благодаря этой зависимости, значительное число тригонометрических тождеств и теорем, известных сегодня, были также известны древнегреческим математикам, но в эквивалентной хордовой форме. Хотя в работах Евклида и Архимеда нет тригонометрии в строгом смысле этого слова, их теоремы представлены в геометрическом виде, эквивалентном специфическим тригонометрическим формулам. Теорема Архимеда для деления хорд эквивалентна формулам для синусов суммы и разности углов.

Для компенсации отсутствия таблицы хорд математики времен [Аристарха](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%80%D1%85_%D0%A1%D0%B0%D0%BC%D0%BE%D1%81%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9) иногда использовали хорошо известную теорему, в современной записи — sinα/sinβ < α/β < tgα/tgβ, где 0° < β < α < 90°, совместно с другими теоремами.

[](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hipparchos_1.jpeg?uselang=ru) Первые [тригонометрические таблицы](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8#%D0%97%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F_%D1%82%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D1%85_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B9_%D0%B4%D0%BB%D1%8F_%D0%BD%D0%B5%D0%BA%D0%BE%D1%82%D0%B) были, вероятно, составлены [Гиппархом](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B8%D0%BF%D0%BF%D0%B0%D1%80%D1%85) Никейским (180—125 лет до н. э.). Гиппарх был первым, кто свёл в таблицы соответствующие величины дуг и хорд для серии углов. Систематическое использование полной окружности в 360° установилось в основном благодаря [Гиппарху](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B8%D0%BF%D0%BF%D0%B0%D1%80%D1%85) и его таблице хорд.

### Средневековая Индия

Замена хорд синусами стала главным достижением средневековой Индии. Такая замена позволила вводить различные функции, связанные со сторонами и углами прямоугольного треугольника. Таким образом, в Индии было положено начало тригонометрии как учению о тригонометрических величинах.

Индийские учёные пользовались различными тригонометрическими соотношениями, в том числе и теми, которые выражаются в современном мире.

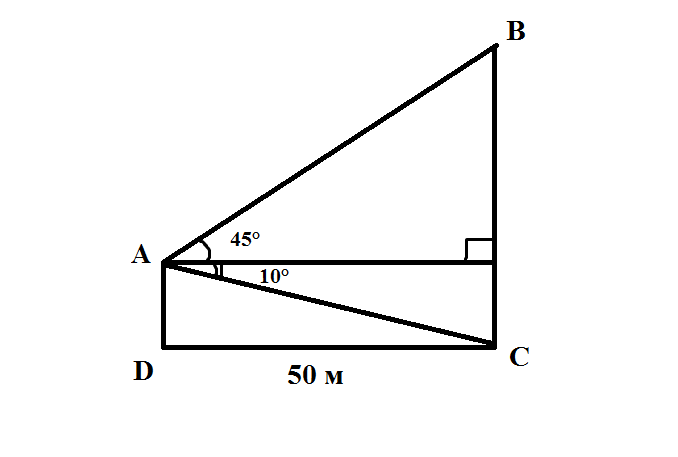
Тригонометрия необходима для астрономических расчётов, которые оформляются в виде таблиц. Первая таблица синусов имеется в «[Сурья-сиддханте](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%83%D1%80%D1%8C%D1%8F-%D1%81%D0%B8%D0%B4%D0%B4%D1%85%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%B0" \o "Сурья-сиддханта)» и у [Ариабхаты](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%80%D0%B8%D0%B0%D0%B1%D1%85%D0%B0%D1%82%D0%B0" \o "Ариабхата). Позднее учёные составили более подробные таблицы: например, [Бхаскара](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D1%85%D0%B0%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%80%D0%B0_I" \o "Бхаскара I) приводит таблицу синусов через 1°.

Южноиндийские математики в XVI веке добились больших успехов в области суммирования бесконечных числовых рядов. По-видимому, они занимались этими исследованиями, когда искали способы вычисления более точных значений числа π. [Нилаканта](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B8%D0%BB%D0%B0%D0%BA%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%B0_%D0%A1%D0%BE%D0%BC%D0%B0%D1%8F%D0%B4%D0%B6%D0%B8" \o "Нилаканта Сомаяджи) словесно приводит правила разложения арктангенса в бесконечный степенной ряд. А в анонимном трактате «[Каранападдхати](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9A%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%BD%D0%B0%D0%BF%D0%B0%D0%B4%D0%B4%D1%85%D0%B0%D1%82%D0%B8&action=edit&redlink=1" \o "Каранападдхати (страница отсутствует))» («Техника вычислений») даны правила разложения синуса и косинуса в бесконечные степенные ряды. В Европе к подобным результатам подошли лишь в 17-18 вв. Так, ряды для синуса и косинуса вывел [Исаак Ньютон](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%BE%D0%BD,_%D0%98%D1%81%D0%B0%D0%B0%D0%BA) около 1666 г., а ряд арктангенса был найден [Дж. Грегори](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B5%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8,_%D0%94%D0%B6%D0%B5%D0%B9%D0%BC%D1%81) в 1671 г. и [Г. В. Лейбницем](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B5%D0%B9%D0%B1%D0%BD%D0%B8%D1%86,_%D0%93%D0%BE%D1%82%D1%84%D1%80%D0%B8%D0%B4_%D0%92%D0%B8%D0%BB%D1%8C%D0%B3%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BC) в 1673 г.

С VIII века учёные стран Ближнего и Среднего Востока развили тригонометрию своих предшественников. В середине IX века среднеазиатский учёный [аль-Хорезми](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D1%8C-%D0%A5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%BC%D0%B8" \o "Аль-Хорезми) написал сочинение «[Об индийском счёте](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D1%8C-%D0%A5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%B7%D0%BC%D0%B8#%D0%9A%D0%BD%D0%B8%D0%B3%D0%B0_%D0%BE%D0%B1_%D0%B8%D0%BD%D0%B4%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%BC_%D1%81%D1%87%D1%91%D1%82%D0%B5)». [6]

**1.3 Решение задач с использованием тригонометрических функций**

1) Наблюдатель находится на расстоянии 50 м от башни, высоту которой хочет определить. Основание башни он видит под углом  2 градуса к горизонту, а вершину – под углом 45 градусов к горизонту. Какова высота башни?



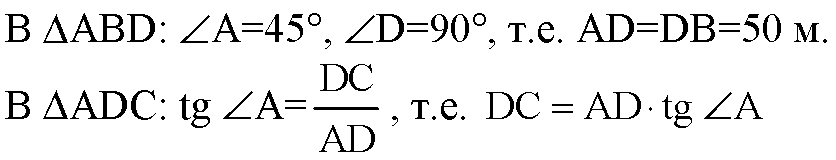
Дано:

C:\Users\User\Desktop\geom9atan-457.png

Найти:

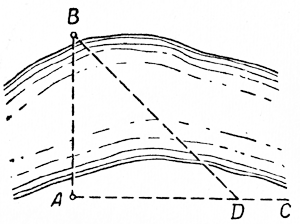
BC

Решение:



***C:\Users\User\Desktop\geom9atan-459.png***

2) Пусть требуется найти расстояние от пункта А до пункта В, находящегося за рекой.



Строим при помощи астролябии или эккера при точке А прямой угол ВАС, Взяв на прямой АС произвольную точку D, с помощью астролябии измеряем угол ADB; пусть он равен 44°. Измеряем расстояние AD;  пусть оно составит  120 м.

Тогда  http://oldskola1.narod.ru/Trigonometrija/Trig/trig01_htm_eqn21288.gif , или АВ = 120•tg 44o http://oldskola1.narod.ru/Trigonometrija/Trig/trig01_htm_eqn16598.gif 120 •   0,9657 http://oldskola1.narod.ru/Trigonometrija/Trig/trig01_htm_eqn16598.gif 116 (м).

**1.4 Применение тригонометрии**

Существует множество областей, в которых применяются тригонометрия и [тригонометрические функции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8). Например, метод  [триангуляции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B8%D0%B0%D0%BD%D0%B3%D1%83%D0%BB%D1%8F%D1%86%D0%B8%D1%8F_(%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%B7%D0%B8%D1%8F)) используется в [астрономии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%81%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC) для измерения расстояния до ближайших звезд, в [географии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84) для измерения расстояний между объектами, а также в [спутниковых навигационных системах](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BF%D1%83%D1%82%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BD%D0%B0%D0%B2%D0%B8%D0%B3%D0%B0%D1%86%D0%B8%D0%B8). [Синус](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BD%D1%83%D1%81) и [косинус](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D1%81%D0%B8%D0%BD%D1%83%D1%81) имеют фундаментальное значение для теории [периодических функций](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F), например при описании звуковых и световых волн. [1]

Тригонометрия или тригонометрические функции используются в [астрономии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%81%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC) (особенно для расчётов положения [небесных объектов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%81%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BE%D0%B1%D1%8A%D0%B5%D0%BA%D1%82), когда требуется [сферическая тригонометрия](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F)), в морской и воздушной навигации, в [теории музыки](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%BC%D1%83%D0%B7%D1%8B%D0%BA%D0%B8), в [акустике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BA%D1%83%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0), в [оптике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%BF%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0), в анализе [финансовых рынков](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BD%D1%81%D0%BE%D0%B2%D1%8B%D0%B9_%D1%80%D1%8B%D0%BD%D0%BE%D0%BA), в электронике, в [теории вероятностей](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%BE%D1%8F%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9), в статистике, в [биологии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B8%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%8F), в медицинской визуализации (например, [компьютерная томография](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%BE%D0%BC%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D1%8F) и [ультразвук](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D0%BB%D1%8C%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%B2%D1%83%D0%BA)), в аптеках, в химии, в [теории чисел](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB) (следовательно, и в [криптологии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D0%BF%D1%82%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%8F" \o "Криптология)), в [сейсмологии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B5%D0%B9%D1%81%D0%BC%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%8F), в [метеорологии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%8F), в [океанографии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%BA%D0%B5%D0%B0%D0%BD%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%8F), во многих физических науках, в [межевании](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B6%D0%B5%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5) и [геодезии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%B7%D0%B8%D1%8F), в [архитектуре](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%80%D1%85%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80), в [фонетике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0), в [экономике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B8%D0%BA%D0%B0_(%D0%BD%D0%B0%D1%83%D0%BA%D0%B0)), в [электротехнике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%BE%D1%82%D0%B5%D1%85%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B0), в [машиностроении](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%88%D0%B8%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5), в гражданском строительстве, в [компьютерной графике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D0%BA%D0%B0), в [картографии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D1%8F), в [кристаллографии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%BB%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D1%8F), в разработке игр и многих других областях. [6]

**1.5 Основные тригонометрические формулы**

## Основные тригонометрические тождества

* sin² α + cos² α = 1
* tg α · ctg α = 1
* tg α = sin α ÷ cos α
* ctg α = cos α ÷ sin α
* 1 + tg² α = 1 ÷ cos² α
* 1 + ctg² α = 1 ÷ sin² α

## Формулы сложения

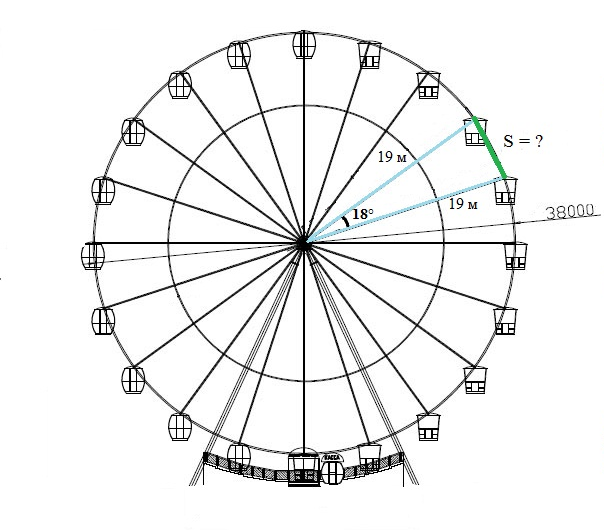
* sin (α + β) = sin α · cos β + sin β · cos α
* sin (α - β) = sin α · cos β - sin β · cos α
* cos (α + β) = cos α · cos β - sin α · sin β
* cos (α - β) = cos α · cos β + sin α · sin β
* tg (α + β) = (tg α + tg β) ÷ (1 - tg α · tg β)
* tg (α - β) = (tg α - tg β) ÷ (1 + tg α · tg β)
* ctg (α + β) = (ctg α · ctg β - 1) ÷ (ctg β + ctg α)
* ctg (α - β) = (ctg α · ctg β + 1) ÷ (ctg β - ctg α)

1. **Практическая часть**

В практической части работы мною были придуманы задачи на использование тригонометрических функций, так или иначе связанных с измерительными действиями.

**2.1 Колесо обозрения**

Условие: Диаметр (d) колеса обозрения равен 38 м. Инженерам необходимо разместить 20 кабинок. На каком равном расстоянии должны находиться кабинки друг от друга?



Дано: d = 38, кол – во кабинок – 20

Найти: S между кабинками

Решение:

1. d = 38 м =>R = 19 м
2. 360° : 20 (кол-во кабинок) = 18° - угол между кабинками
3. По теореме косинусов:

S^2 = R^2 + R^2 - 2\*R\*R\*соs а

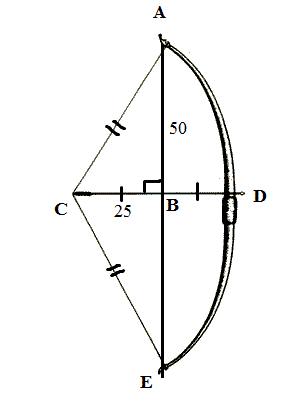
S^2 = 19^2 + 19^2 - 2\*19\*19\*соs 18°

S^2 = 722 – 687

S^2 = 35

S ≈ 6 м

**2.2 Лук и стрелы**

Условие: Длина тетивы лука равна 50 см, а длина стрелы (без наконечника) – 100 см. Какой угол образуется между тетивой и стрелой?

Дано:

CD = 50 см, AE = 100 см, АС = СЕ, СВ = BD, AB ┴ CE

Найти:

L АСВ

Решение:

1. CD = CB + BD

50 = CB + BD

CB = BD => CB = BD = 25 см

1. AE = AB + BE

100 = AB + BE

AB = BE => AB = BE = 50 см

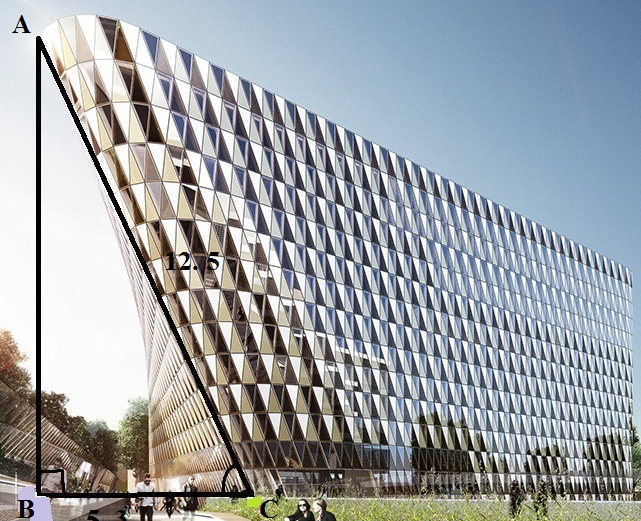
1. tg α = AB : CB;

tg α = 50 : 25;

tg α = 2;

L ACB ≈ 63 °24’

**2.3 Aula Medica**

Условие: Корпус Aula Medica Каролинского медицинского института в Швеции – довольно необычное здание! По форме оно напоминает треугольник с закругленными углами. Один из этих углов при рассмотрении больше похож на корму корабля. Здание корпуса института находится под наклоном. Необходимо определить по картинке, чему примерно равен угол наклона здания.

Решение:

AC ≈ 12.5

BC ≈ 5.3

cos LC = AC : BC

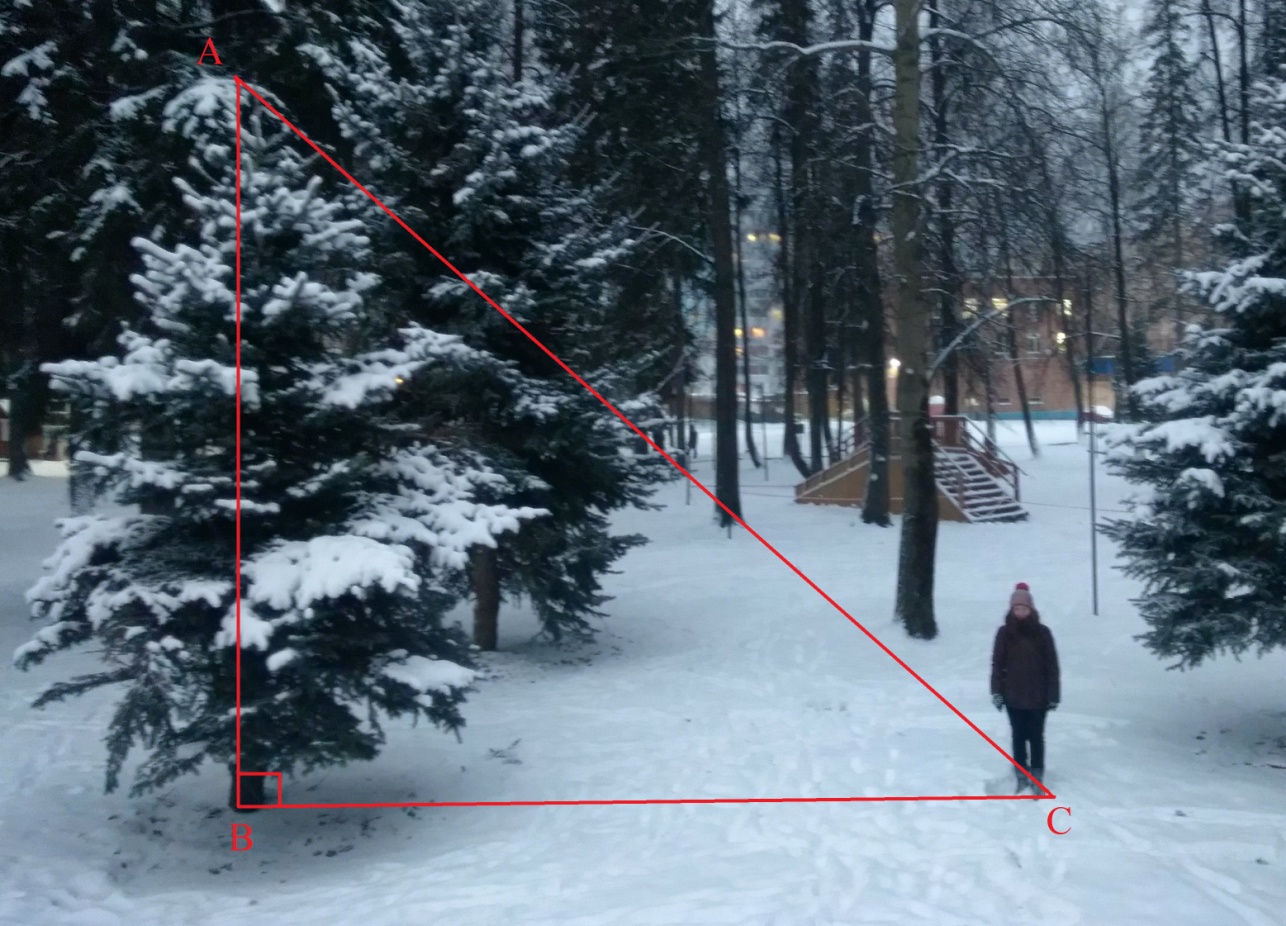
cos LC = 5.3 : 12.5

cos LC= 0.4240

LC ≈ 64°54’

**2.4 Высота дерева**

Условие: Расстояние от человека до дерева – 6. 4 м. Необходимо найти высоту дерева и расстояние от верхушки до человека, если угол обзора человека равен 42°.



Дано:

ВС = 6. 4 м, LC = 42°

Найти:

АВ, АС

Решение:

1. tg α = AB : CB;

tg 42° = АВ : 6. 4

AB = 6.4 \* tg 42°

AB = 6.4 \* 0. 9004

AB ≈ 5. 76 м

1. cos α = BC : AC

cos 42° = 6.4 : AC

AC = 6. 4 : cos 42°

AC = 6.4 : 0. 7431

АС ≈ 8. 6

**Вывод:**

В ходе проведения исследовательской работы по теме «Практическое применение тригонометрии» мною было рассмотрено использование тригонометрии во многих отраслях. Я еще раз убедилась в том, что тригонометрия (тригонометрические функции) очень важна в современном мире. Применение тригонометрии во многих областях науки неограниченно.

Чтобы измерить расстояния до недоступной точки, определение высоту предмета, можно просто воспользоваться тригонометрией. Решение тригонометрических задач способно вызвать заинтересованность у учащихся.

Моя гипотеза относительно того, что некоторые задачи возможно решить только при помощи тригонометрии оказалась верна.

В дальнейшем я планирую изучить тему тригонометрических функций подробнее. Надеюсь, материал моей работы окажется полезным при решении экзаменационных заданий.

**Список использованной литературы:**

1. Вернер А. Л. Роль и место тригонометрии в курсе геометрии основной школы // Математика (приложение к газете «Первое сентября»). – 2002. - №41.
2. Гилемханов Р.Г. О преподавании тригонометрии в 10 классе по курсу В //Математика в школе. 2001-№ 6 -с. 26-28.
3. Крамор В.С. Тригонометрические функции. - М.: Просвещение, 1979.
4. <https://gigabaza.ru/doc/171301-pall.html>
5. <https://sites.google.com/site/trigonometry121/trigonometria-v-zizni>
6. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F